Путенихин Петр Васильевич

Парадокс близнецов
в специальной, общей и тахионной теориях относительности

г.Саратов,
Типография "АМИРИТ"
2019 год

ББК 22.313ф
УДК 530.12, 531.14

Путенихин П.В.
П90 Парадокс близнецов в специальной, общей и тахионной теориях относительности. — Саратов: «АМИРИТ», 2019. – 230 с., илл.
ISBN 978-5-00140-369-2

Приведён критический обзор традиционных и альтернативных решений парадокса близнецов. Доказано, что в специальной теории относительности парадокс близнецов имеет строго корректное решение, вопреки распространённому мнению. Показано, что в зависимости от точки зрения старше оказывается как неподвижный, так и путешествующий близнец.

Решения в формализме общей теории относительности, рассмотренные в книге, являются неполными и неточными.

Показано, что расширение математики СТО на сверхсветовые явления недопустимо. Такие явления корректно описываются тахионной теорией относительности, формализм которой выводится из релятивистского интервала точно так же, как и формализм специальной теории относительности. Как и в СТО в тахионной ТО парадокс близнецов имеет строго корректное решение.

Рассмотрены примеры ошибочной трактовки положений специальной теории относительности.

Книга рекомендуется ведущим специалистам в области теории относительности, как сторонникам, так и критикам теории относительности, а также всем, кто интересуется этой областью физики.

ISBN 978-5-00140-369-2
putenikhin.peter@gmail.com

1. Классическое решение парадокса близнецов в СТО

Классическим решением парадокса близнецов называется решение, выполненное в рамках, в формализме теории, в которой он и был сформулирован, то есть, математическими средствами специальной теории относительности. Отметим, что специальную теорию относительности следует рассматривать в двух принципиально различных вариантах. Первый – это *математическая* теория, сформулированная в виде математической теоремы, исходными данными которой является второй постулат, который не требует доказательств. Именно так следует рассматривать *математический* инвариант скорости света. Теорема строго доказана и не имеет никаких внутренних логических противоречий, поэтому принципиально неопровержима. Второй вариант – это расширение математической теоремы на *физическую* реальность. И здесь неизбежны противоречия, поскольку инвариант *реального* физического параметра – скорости света теперь уже *должен* быть доказан в физическом эксперименте. И здесь возникает проблема, поскольку существует немало экспериментов, которые опровергают инвариантность скорости света [25, 36, 42 и др.].

По поводу парадокса близнецов в литературе и в интернете до сих пор идут многочисленные дискуссии. Предложено и продолжает предлагаться множество его решений (объяснений), из которых делаются выводы как о непогрешимости СТО, так и о её ложности. Впервые тезис, послуживший основой для формулировки парадокса, был изложен Эйнштейном в его основополагающей работе по специальной (частной) теории относительности "К электродинамике движущихся тел" в 1905 году:

"Если в точке А находятся двое синхронно идущих часов и мы перемещаем одни из них по замкнутой кривой с постоянной скоростью до тех пор, пока они не вернутся в А (...), то эти часы по прибытии в А будут отставать по сравнению с часами, остававшимися неподвижными...".

В дальнейшем этот тезис получил собственные имена "парадокс часов", "парадокс Ланжевена" и "парадокс близнецов". Последнее название прижилось, и в настоящее время чаще встречается формулировка не с часами, а с близнецами и космическими полётами: если один из близнецов улетает на космическом корабле к звёздам, то по возвращению он оказывается моложе своего остававшегося на Земле брата:

"Two twins A and B meet at an event P1, move away from each other, and then meet again at a later event P2. The twin A considers himself as at rest and predicts that B is younger than himself at P2 due to the relativistic time dilation. But according to the principle of relativity B can consider himself as at rest and A as travelling, and he then predicts that A is younger when they meet at P2. The twin paradox is these contradicting predictions" [4].

В нашем переводе это звучит так:

"Два близнеца А и В встречаются в событии Р1, отходят друг от друга, а затем снова встречаются в более позднем событии Р2. Близнец А считает себя находящимся в состоянии покоя и предсказывает, что В в Р2 моложе себя из-за релятивистского замедления времени. Но согласно принципу относительности В может считать себя находящимся в состоянии покоя, а А – путешествующим, и затем он предсказывает, что А моложе, когда они встречаются в Р2. Парадокс близнецов – это противоречивые предсказания".

И ещё одно довольно детальное описание сущности парадокса:

"Парадокс основан на неправильном применении понятия относительного движения и на игнорировании различия между инерциальными системами отсчета и неинерциальными. Состоит он в следующем.

Представим себе часы А, неподвижные в некоторой инерциальной системе отсчета. Пусть мимо них проходят с постоянной скоростью v часы В, которые, пройдя известный путь, испытывают отрицательное ускорение, меняют знак скорости и вновь проходят со скоростью (-v) мимо часов В. В моменты прохождения часов А мимо часов В (туда и обратно) возможно непосредственное сравнение их показаний (без посредства световых сигналов). Такое сравнение должно обнаружить, что отстали часы В ... Но ведь движение относительно. Значит, можно считать неподвижными часы В. Другие же часы (А) будут, при таком рассмотрении, сперва равномерно удаляться, потом равномерно приближаться к часам В, ..., как будто, должно оказаться, что теперь отстали часы А, в противоречии с полученным ранее результатом.

Разность показаний часов, находящихся в одной точке пространства, есть факт абсолютный и объективный (т. е. ни от системы отсчета, ни от способа рассмотрения не зависящий). Поэтому любой способ рассмотрения, если только он верен, должен приводить к одному и тому же результату. Противоречие в результате показывает, что где-то в рассуждениях допущена ошибка" [35, с.308].

Таким образом, парадокс, кажущееся противоречие в предсказаниях теории относительности возникает, если движущимся близнецом считать того, который оставался на Земле. В этом случае теперь уже улетавший в космос близнец должен ожидать, что остававшийся на Земле брат окажется моложе него. Так же и с часами: с точки зрения часов на экваторе движущимися следует считать часы на полюсе. Таким образом, и возникает противоречие: так кто же из близнецов окажется моложе? Какие из часов покажут время с отставанием?

Мы опираемся на определение понятия "парадокс" в логике как противоречия, полученного в результате логически формально *правильного* рассуждения, приводящего к взаимно противоречащим заключениям (Энциклопедический словарь), или как два противоположных утверждения, для каждого из которых имеются убедительные аргументы (Логический словарь). С этой позиции, "парадокс близнецов, часов, Ланжевена" парадоксом не является, поскольку даже довольно поверхностный анализ показывает отсутствие двух *взаимоисключающих* предсказаний теории.

Чаще всего парадоксу даётся простое объяснение: две рассматриваемые системы отсчёта на самом деле не являются равноправными. Близнец, который улетал в космос, в своём полёте не всегда находился в инерциальной системе отсчёта, в эти моменты он не может использовать уравнения Лоренца. Так же и с часами.

"Нетрудно видеть, что ошибка заключена в неучёте того, что часы A и часы B находились в этом воображаемом опыте в неодинаковых физических условиях: часы A никакому ускорению не подвергались и никаких толчков не испытывали, тогда как часы B подвергались ускорению и испытали толчок, изменивший знак их скорости. Другими словами, ошибка произошла из-за того, что обе системы отсчета (связанная с часами A и связанная с часами B) в приведенных рассуждениях предполагались равноправными, чего на самом деле нет: инерциальной является только система отсчета, связанная с часами A. Таково качественное разъяснение парадокса" [35, с.308].

Из этого следует сделать вывод: в СТО не может быть корректно сформулирован "парадокс часов", специальная теория не делает двух взаимоисключающих предсказаний. Считается, что полное решение задача получила после создания общей теории относительности, которая решила задачу точно и показала, что, действительно, в описанных случаях отстают движущиеся часы: часы улетавшего близнеца и часы на экваторе. "Парадокс близнецов" и часов, таким образом, можно считать рядовой задачей теории относительности.

Вместе с тем следует всё-таки осторожно подходить к "принадлежности" парадокса той или иной теории относительности:

"При изучении СТО указывается, что "парадокс близнецов" не может быть объяснен в рамках этой теории. … Этот парадокс не может быть разрешен в рамках СТО, так как рассматриваемые СО не равноправны (как это требуется в СТО): космический корабль не может рассматриваться ИСО, так как движется на отдельных участках траектории неравномерно. ... Только в рамках ОТО мы можем понять и объяснить "парадокс близнецов" естественным образом, опираясь на положения ОТО" [31, с.297].

Следует обратить внимание на одно важное обстоятельство. На самом деле возвращение обратно и реальная встреча близнецов после полёта не обязательны, поскольку в неподвижной ИСО все часы синхронизированы и показывают одно и то же время. Если близнец-путешественник сравнит свои часы с часами в конечном пункте, это будет тождественно тому, что он сравнил свои часы с часами в пункте отлёта. Соответственно, это тождественно сравнению его возраста с возрастом брата, оставшегося на Земле. Иначе говоря, парадокс близнецов в рамках специальной теории относительности имеет строго корректную формулировку и *допускает* решение.

Отметим, что для уменьшения "этажности" уравнений, в частности, в преобразованиях Лоренца далее мы будем использовать *световую систему единиц*, в которой время измеряется в годах, расстояние – в световых годах, а скорость, соответственно, в световых годах за год. Сразу же замечаем, что скорость света в этой системе единиц измерения будет равна единице, а все скорости численно будут составлять некоторую долю от скорости света. В этом случае, например, одно из уравнений преобразований Лоренца примет следующий вид:

$$t' = \frac{t + xv/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow \frac{t + xv}{\sqrt{1 - v^2}}$$

1.1 Корректные решения парадокса в СТО

Выше мы заявили, что парадокс близнецов в версии парадокса ровесников имеет корректное, непротиворечивое решение именно в специальной теории относительности, без обращения к формализму общей теории относительности. Покажем это, рассмотрев две системы отсчёта – ИСО AB и ИСО CD, рис.1.1.

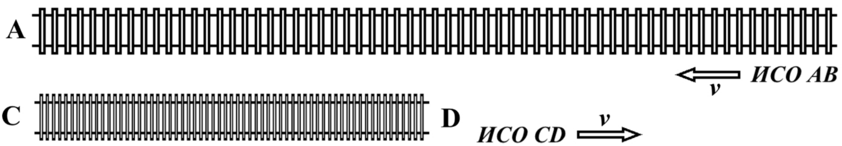


Рис.1.1. Две ИСО, движущиеся относительно друг друга

Две ИСО изображены для наглядности в виде железнодорожных путей. Сразу же возникает вопрос, почему для каждой из них длина пути изображена разной? Суть в том, что любой путь, траектория имеет максимальную, исходную длину только в одной ИСО, собственной, в которой он неподвижен. За "хозяйку пути" мы произвольно выбрали ИСО AB. Это означает, что с точки зрения близнеца-землянина именно этот путь L_{AB}=AB пройдёт путешественник C со скоростью v.

Предположим, что в системах покоя двух ИСО их отрезки имеют одинаковую длину, то есть, AB = CD. Но для наблюдателя в ИСО AB "железнодорожный путь" CD является традиционным лоренцевым отрезком, который испытал при движении соответствующее сокращение до размеров CD. С его точки зрения длина этого отрезка пути CD равна:

$$L_{CD} = L_{AB}\sqrt{1-v^2} \quad (1.1)$$

Здесь следует отметить, что при решении парадокса близнецов это обстоятельство, что с разных точек зрения отрезок имеет *разную* длину, весьма часто упускают из вида. С точки зрения ИСО AB время в пути наблюдателя C составит:

$$t_{AB} = \frac{L_{AB}}{v} \quad (1.2)$$

Поскольку с точки зрения ИСО AB время в ИСО CD замедленно, то в последней пройдёт меньшее время. Отметим, что это время таймерное, то есть это не абсолютные показания часов, а интервал времени между совпадением положений наблюдателя C с наблюдателями A и B:

$$t_{CD} = t_{AB}\sqrt{1-v^2} = \frac{L_{AB}}{v}\sqrt{1-v^2} \quad (1.3)$$

Понятно, что с точки зрения ИСО CD теперь уже путь AB испытал лоренцево сокращение, поэтому время в пути по его собственным часам также уменьшилось:

$$t_{CD} = \frac{L_{CD}}{v} = \frac{L_{AB}}{v}\sqrt{1-v^2} = t_{AB}\sqrt{1-v^2}$$

Как видим, с точки зрения наблюдателя в ИСО A он постарел на время t_{AB}, в то время как путешественник постарел только на время $t_{CD} < t_{AB}$. Но в данном случае оба близнеца сошлись во мнении относительно времени путешествия по часам путешественника. И тот и другой определили, что путешественник постарел на время t_{CD}. Разногласия возникнут у них при определении возраста близнеца, остававшегося на Земле. Когда путешественник прибывает в точку B, он сделает заключение, что в ИСО AB прошло иное время, нежели определил земной близнец. Действительно, как мы вычислили, по часам путешественника прошло время t_{CD}, следовательно, по его мнению, на Земле и на всех часах в ИСО A прошло меньшее время, поскольку все эти часы шли медленнее часов путешественника:

$$t_{AB} = t_{CD}\sqrt{1-v^2} = \frac{L_{AB}}{v}\left(1-v^2\right)$$

Но эти показания отличаются от показаний (1.2). Парадокс? Вовсе нет. Во-первых, прошедший *интервал* времени по любым часам не равен *показаниям* этих часов. Следовательно, во-вторых, при определении показаний часов нужно учитывать, что в момент начала удаления путешественника от Земли, показания часов B для него были не теми, что показания с точки зрения Земли. Если предположить, что моменту начала удаления часы путешественника и на Земле показывали время t_0, то в этот же момент с точки зрения путешественника часы B показывали время, согласно уравнению Лоренца:

$$t_B^C = \frac{t - x_B v}{\sqrt{1-v^2}} \quad (1.4)$$

В соответствие с относительностью одновременности, любое событие в ИСО AB имеет разное время свершения с точки зрения разных наблюдателей в ИСО CD. В данном случае, наблюдатель в точке A "видит" показания часов B, равные t_0, а для наблюдателя C, находящегося на удалении x от этих часов, эти показания завышены, установлены в будущее (1.4).

Предварительно попробуем выяснить *физический* смысл этого довольно туманного слагаемого xv/c^2. Для этого обратимся к выкладкам, которые, собственно, и привели к выражению (1.4):

$$t' = t\sqrt{1-v^2} = t\frac{1-v^2}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{t-tv^2}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{t-(tv)v}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{t-xv}{\sqrt{1-v^2}} \quad (1.5)$$

То есть, выражение (1.4) получено простыми алгебраическими преобразованиями, поэтому точно так же отражает эффект замедления времени в *движущейся* ИСО, в данном случае ИСО CD. В процессе преобразований мы выделили произведение tv, которое равно расстоянию, какое пройдёт *движущаяся* ИСО за это время. Таким образом, время t' – это время, которое будут показывать движущиеся часы, когда они удалятся на расстояние x. Иначе говоря, расстояние x соответствует положению этих часов, когда они показывают время t'. И наоборот, движущиеся часы покажут время t', когда они *переместятся* на расстоянии x.

Вполне обоснованно считаем, что это время нам известно, поскольку это реальные показания таймера в ИСО CD в момент прибытия наблюдателя C в точку B. Найдем по уравнению (1.5) соответствующие показания часов B с точки зрения этой движущейся ИСО:

$$t' = \frac{t - xv}{\sqrt{1-v^2}} \quad \to \quad t'\sqrt{1-v^2} = t - xv \quad \to \quad t = t'\sqrt{1-v^2} + xv$$

Выше мы определи физический смысл величины xv, в которой в нашем случае $x{=}L_{AB}$. Подставляем в полученное уравнение значения времени t' и величины x и находим время, прошедшее в ИСО AB с точки зрения наблюдателя C:

$$t_B^C = \frac{L_{AB}}{v}\sqrt{1-v^2}\sqrt{1-v^2} + L_{AB}v = \frac{L_{AB}}{v}(1-v^2) + L_{AB}v =$$

$$= \frac{L_{AB}}{v} - \frac{L_{AB}}{v}v^2 + L_{AB}v$$

Из чего окончательно получаем:

$$t_B^C = \frac{L_{AB}}{v} - L_{AB}v + L_{AB}v = \frac{L_{AB}}{v} \qquad (1.6)$$

Итак, используя уравнение (1.5), мы нашли последнюю величину (1.6), ведущую к парадоксу близнецов – время в неподвижной ИСО AB с точки зрения путешественника. И эта величина показывает, что никакого парадокса нет.

Однако проведённые вычисления выглядят несколько прямолинейно, поскольку мы по существу использовали исходное уравнение (1.3), просто в обратном порядке. Понятно, что полученный результат полностью ему соответствует. Поэтому рассмотрим эту же картину в ином варианте.

В начальный момент отсчёта, когда путешественник начал удаляться от Земли, он, согласно уравнениям Лоренца, считает, что удалённые, встречные часы В в этот момент показывают время в будущем (1.4). Следовательно, с его точки зрения к моменту встречи с часами В они будут показывать время (1.4) плюс время в пути в ИСО АВ с точки зрения ИСО CD с учетом замедления часов ИСО АВ:

$$t_B^C = t' + \Delta t_B^C$$

С точки зрения наблюдателя С в ИСО АВ *прошло* время, интервал времени, равный времени в ИСО CD, испытавшему лоренцево замедление:

$$\Delta t_B^C = \Delta t_{CD}\sqrt{1-v^2}$$

Однако *прошедшее* время, интервал времени отличается от *показаний* часов, поскольку показания равны *исходному* времени плюс прошедшее время, причём $t = t_0 = 0$:

$$t_B^C = \frac{xv}{\sqrt{1-v^2}} + \Delta t_{CD}\sqrt{1-v^2}$$

Преобразуем:

$$t_{AB}^C = \frac{\Delta t_{CD}(1-v^2) + xv}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{\Delta t_{CD} - \Delta t_{CD}v^2 + xv}{\sqrt{1-v^2}} =$$

$$= \frac{\Delta t_{CD} - \dfrac{L_{CD}}{v}v^2 + xv}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{\Delta t_{CD} - L_{CD}v + xv}{\sqrt{1-v^2}}$$

Мы рассматриваем ситуацию из ИСО С, поэтому

$$t_B^C = \frac{\Delta t_{CD} - L_{CD}v + x_{CD}v}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{\Delta t_{CD} - L_{CD}v + L_{CD}v}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{\Delta t_{CD}}{\sqrt{1-v^2}}$$

Уточним, что отрезом x_{CD} – это отрезок АВ, каким он "видится" из ИСО CD. Далее с учетом уравнения (1.1) получаем

$$t_B^C = \frac{\Delta t_{CD}}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{L_{CD}/v}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{L_{AB}}{v} \times \frac{\sqrt{1-v^2}}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{L_{AB}}{v} \quad (1.7)$$

Таким образом, мы получили, что с точки зрения ИСО CD и путешественника C, часы B в ИСО AB показывают то же самое время (1.7), что и с точки зрения ИСО AB (1.2):

$$t_B^A = \frac{L_{AB}}{v} = t_B^C$$

Возражение, что часы B – это другие часы, а не часы A, не имеет оснований, поскольку в неподвижной ИСО AB все часы тождественны, синхронны. Следовательно, часы B точно так же показывают возраст близнеца-землянина, как и часы A. Фактически мы рассматриваем тождественный парадокс ровесников и приходим к выводу, что собственно парадокса нет. Такой подход позволяет привести ещё одно, на наш взгляд, более простое решение задачи.

1.2 Парадокс ровесников

Как отмечено, в исходном варианте парадокса участники являются близнецами. Однако это определённо чрезмерное допущение, требующее обязательного возврата путешественника в исходную точку. С точки зрения СТО этот процесс считается невозможным, поскольку инерциальность движущейся ИСО на определённом этапе нарушается. Чрезмерность проявляется в том, что на самом деле показания всех часов в неподвижной ИСО одни и те же, поэтому возраст всех ровесников будет одним и тем же в любой точке этой ИСО. Это означает, что путешественнику не обязательно возвращаться обратно для того, чтобы сравнить свой возраст со своим близнецом. В конечной точке возраст ровесника равен возрасту близнеца в исходной точке, то есть, сравнение возраста путешественника-астронавта с возрастом ровесника тождественно его сравнению с возрастом оставшегося близнеца. Понятно, что под возрастом ровесником мы также можем подразумевать и просто показания часов, почему парадокс близнецов нередко отождествляют с парадоксом часов.

Итак, вновь обратимся к рис.1.1. Пусть традиционно возраст путешественника в конце пути с точки зрения неподвижной ИСО AB возрос на величину:

$$t_{AB} = \frac{L_{AB}}{v}$$

Тогда в подвижной ИСО CD пройдёт время:

$$t_{CD} = t_{AB}\sqrt{1-v^2}$$

Поскольку астронавт в конечной точке встретит ровесника своего остававшегося на Земле близнеца, то оба они придут к выводу: путешественник оказался моложе. Это соответствует картине с точки зрения неподвижной, земной ИСО AB. Но парадокс возникает, как считается, когда картину рассматривают с точки зрения подвижной ИСО CD, космолёта. Однако это мнение ошибочно. Действительно, в системе покоя этой подвижной ИСО CD длина пути AB видится укороченной вследствие релятивистского сокращения. И это известно наблюдателю C, что позволяет ему легко вычислить длину пути в системе покоя ИСО AB:

$$L_{AB} = \frac{L_{AB}^{C}}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{L_{AB}\sqrt{1-v^2}}{\sqrt{1-v^2}} = L_{AB}$$

Здесь, как и ранее, верхний индекс C означает, что этот отрезок видится из ИСО CD. Из этого следует, что астронавту C также известно: с точки зрения ИСО AB он, астронавт переместится из начальной точки A в конечную точку B за время

$$t_{AB}^{C} = \frac{L_{AB}}{v} = \frac{L_{AB}^{C}}{v\sqrt{1-v^2}} = \frac{L_{AB}\sqrt{1-v^2}}{v\sqrt{1-v^2}} = \frac{L_{AB}}{v} = t_{AB}$$

И вновь мы получили согласованное мнение наблюдателей в ИСО AB и ИСО CD: возраст астронавта в конце путешествия меньше возраста всех ровесников в неподвижной, земной системе отсчёта и, следовательно, меньше возраста оставшегося на Земле близнеца. Нет никакого противоречия, парадокса.

1.3 Мгновенный разворот

Однако и вариант с *близнецами* и возвратом путешественника обратно на Землю также допускает корректное решение в рамках специальной теории относительности. Нет принципиальных возражений против мгновенного разворота путешественника в дальней точке.

Действительно, казалось бы, налицо нарушение инерциальности, ведь разворот означает ускоренное движение, торможение. Но заметим, что с часами участников в этом случае ничего криминального не происходит.

Рассмотрим картину в точке разворота из неподвижной ИСО. Очевидно, что перед его началом показания часов участников равны:

$$t_A = \frac{L_{AB}}{v} \quad и \quad t_C = t_A\sqrt{1-v^2}$$

Если теперь путешественник мгновенно остановится, то показания часов t_A не изменятся, поскольку на них не оказывается никакого воздействия, в частности, нет никакого "падения" в гравитационном поле. И наблюдатель в ИСО АВ и наблюдатель-астронавт в ИСО CD видят на часах B одно и то же время.

Но и показания часов C – путешественника также не должны измениться. Конечно, он испытывает огромное тормозящее, разворачивающее ускорение, которое создаёт эквивалентное гравитационное поле, подобное полю, например, Чёрной дыры. Следовательно, его часы испытают гравитационное красное смещение, а попросту замедлят своё движение вплоть до остановки. То есть за короткое время разворота показания часов и этого участника останутся теми же.

Согласно специальной теории относительности удалённые часы, часы в исходной точки, точке отлёта должны быть заново синхронизированы с часами астронавта, то есть, их показания должны быть "назначены" согласно уравнению (1.4). Но и это не является необходимым, поскольку значение имеют не *кажущиеся* астронавту в точке разворота их показания, а показания в момент возврата в эту исходную точку [47]. А это прямо означает, что обратный путь будет полностью тождественен прямому пути, и показания таймеров участников на момент встречи просто удвоятся:

$$t_A = \frac{2L_{AB}}{v} \quad и \quad t_C = 2t_A\sqrt{1-v^2}$$

Таким образом, и в этом случае оба участника придут к согласованному мнению, что путешественник будет моложе, чем близнец, остававшийся на Земле.

1.4 Решение с учетом принципа относительности

Можно было бы сказать, что рассмотренные решения являются исчерпывающими и непротиворечивыми. С любой точки зрения путешественник оказывается моложе своего близнеца, остававшегося неподвижным. Однако... Не случайно теория называется теорией относительности. И здесь мы обнаруживаем самое яркое проявление этой относительности: существует корректная точка зрения, согласно которой моложе оказывается остававшийся неподвижным близнец! Это, хотя и неожиданное и нигде ранее не рассмотренное обстоятельство, на самом деле является строго корректным результатом решения парадокса близнецов.

Ещё раз обратимся к рис.1.1. Для простоты мы приняли, что длина космолёта CD в системе покоя ИСО CD в точности равна длине пути AB в системе покоя ИСО AB, и равны они L. Непосредственно это проявляется в том, что эти длины из смежных ИСО видны укороченными. То есть, с точки зрения условно неподвижной ИСО движущаяся относительно неё ИСО имеет, соответственно, длину:

$$L_{AB}^{C} = L_{AB}\sqrt{1-v^2} = L\sqrt{1-v^2} \quad \equiv \quad L_{CD}^{A} = L_{CD}\sqrt{1-v^2} = L\sqrt{1-v^2}$$

Рассмотрим движение неподвижного наблюдателя B на Земле относительно космолёта. В некоторый момент времени с ним поравняется наблюдатель D в движущейся системе отсчёта космолёта, ИСО CD. В этот момент все участника запускают свои таймеры. С точки зрения ИСО AB длина космолёта видится укороченной:

$$L_{CD}^{A} = L_{CD}\sqrt{1-v^2} = L\sqrt{1-v^2}$$

Следовательно, по таймеру ИСО AB наблюдатель-землянин достигнет точки C за время:

$$t_B = \frac{L}{v}\sqrt{1-v^2}$$

Но, с другой стороны, ему точно известна истинная длина этой ИСО – L, следовательно, по таймеру космолёта с его точки зрения пройдёт время:

$$t_C^B = \frac{L}{v}$$

В свою очередь, и с точки зрения движущейся ИСО, космолёта пройдёт это же время, поскольку наблюдатель-землянин В преодолел её длину с той же скоростью:

$$t_C = \frac{L}{v}$$

И, наконец, с точки зрения космолёта в ИСО АВ пройдёт меньшее время вследствие лоренцева замедления:

$$t_B^C = \frac{L}{v}\sqrt{1-v^2}$$

Как видим, оба наблюдателя, неподвижный на Земле В и путешественник-астронавт С пришли к согласованному мнению: $t_C > t_B$, моложе оказался землянин:

$$t_B^C = \frac{L}{v}\sqrt{1-v^2} = t_B$$

$$t_C = \frac{L}{v} = t_C^B$$

При всей его странности заметим, что это решение является странным лишь на первый, поверхностный взгляд. Увидеть его, это решение можно, например, в работе Ландау-Лившица:

"... для сравнения хода часов в двух системах отсчета необходимы несколько часов в одной системе и одни в другой. Поэтому этот процесс не симметричен по отношению к обеим системам. Всегда окажутся отстающими те часы, которые сравниваются с разными часами в другой системе отсчета" [22, с.23].

Действительно, в рассмотренных решениях мы сравнивали двое часов в одной ИСО с единственными часами в другой. И в обоих случаях получили отстающими эти единственные часы, возраст близнеца. Хотя следующее высказывание сделано по другому поводу (об неинерциальных системах), оно предельно точно описывает и рассмотренную ситуацию:

"... рассуждение, приводящее к результату, что покоящиеся часы должны оказаться отстающими, неправильно" [22, с.23].

Здесь под покоящимися часами мы понимаем *условно* покоящиеся, а не в традиционном понимании движения. Иначе говоря, покоящимся можно считать и космолёт, а не только Землю. Очевидно, такой результат будет как в случае ровесников, так и в случае близнецов с мгновенным разворотом космолёта в конечной точке движения.

1.5 Парадокс спешащих часов

В заключение отметим ещё один яркий эффект относительности, непосредственно связанный с двойственностью решения парадокса близнецов [55]. Наблюдатель в движущейся ИСО, например, в вагоне поезда смотрит в окно. Там он видит равномерно расставленные часы. Сравнивая их показания с собственными часами, он обнаружит, что показания часов снаружи всё время опережают показания его собственных часов. Как же так, часы снаружи спешат вопреки предсказаниям специальной теории относительности?

Но никакого противоречия нет. Каждые из промелькнувших за окном часов *отстают* по мере удаления. Но показания каждых новых часов по ходу движения всегда *больше* показаний предыдущих. Это и создаёт впечатление спешащих часов. На самом деле все часы в движущейся мимо ИСО *отстают*, а время в ней как таковое *опережает* время в условно неподвижной системе отсчёта наблюдателя.

1.6 Зеркальный парадокс близнецов

Зеркальной версия парадокса близнецов названа потому, что в этой версии близнец на Земле оказывается *моложе* путешественника. Такой зеркальный, инверсный эффект возникает потому, что дистанция путешествия "привязана" к путешественнику, то есть, фактически путешествует Земля в системе отсчёта ракеты. Можно *предположить*, что на этот эффект обратил внимание Benguigui, поскольку его мнение больше похоже на простое переименование систем:

"Если теперь S – это система отсчета, которая изменяет свою скорость относительно S' так, что S «входит» в систему S', то $t'_1 > t_1$" [1, с.7].

Выше мы уже рассматривали этот парадокс в главе 1.4 "Решение парадокса с учетом принципа относительности", здесь мы рассмотрим его более детально и под собственным названием.

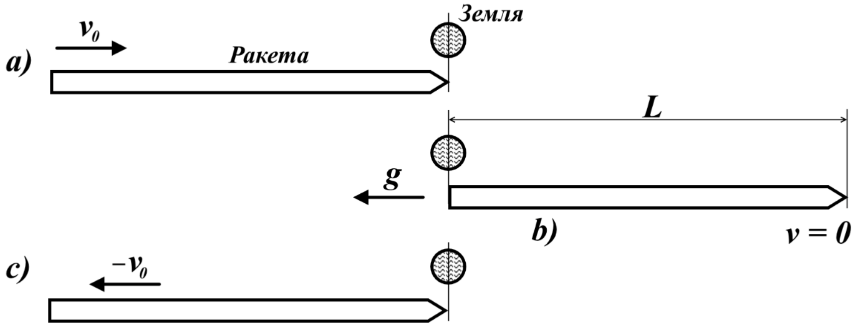


Рис.1.2 Зеркальный парадокс близнецов в СТО и ОТО

Рассмотрим три состояния движущихся ИСО рис.1.2. Издалека в сторону Земли с постоянной скоростью v_0 движется ракета длиной L рис.1.2a. В момент, когда ракета поравнялась с Землёй, часы на Земле и в головной части ракеты синхронизируются, например, сбрасываются в нулевые показания. В формализме специальной теории относительности ракета продолжает инерциальное движение до тех пор, когда хвостовая часть ракеты не поравняется с Землёй. Это условие легко определяется по известным параметрам движения. Действительно, из условия инерциального движения время по часам ракеты до этой крайней точки рис.1.2b равно:

$$t = \frac{L}{v_0}$$

Мы рассмотрим традиционный вариант парадокса с мгновенным разворотом ракеты с бесконечно большой величиной ускорения, то есть, $g \to \infty$. Разворот производят двигатели, равномерно распределённые по длине ракеты, чтобы не вызывать её релятивистской деформации. Деформация связана с тем, что воздействие двигателей может передаться вдоль ракеты со скоростью не выше скорости света. В этом случае время разворота равно нулю как с точки зрения ракеты, так и с точки зрения Земли, какими бы ни были коэффициенты, связывающие эти величины. Действительно, в момент мгновенного разворота наблюдатели в ракете *заметят* показания часов на Земле. После разворота эти показания останутся прежними, поскольку нет никаких физических причин *внешним*, *независимым* часам изменить свои показания. Соответственно, и удалённые часы, в головной части ракеты также не изменят своих показаний, поскольку и в этом случае нет никаких физических причин, чтобы все часы в этой ИСО, испытав *одинаковые* воздействия, изменили свои показания по-разному. Бесконечно большой гравитационный потенциал, возникающий при мгновенном развороте, приведёт к тому, что все эти часы просто *остановятся*. Поскольку время остановки с точки зрения Земли равно нулю, то за это время и часы на Земле не изменят своих показаний.

Таким образом, после возвращения ракеты из положения b) обратно, в положение c) на рис.1.2, их показания просто удвоятся, поскольку условия инерциального движения остались прежними, то есть:

$$t = \frac{2L}{v_0}$$

Но с точки зрения Земли ситуация иная. Поскольку ракета движется мимо Земли, то с точки зрения Земли её длина уменьшилась:

$$L' = L\sqrt{1 - v_0^2}$$

Мы традиционно приняли $c = 1$. Таким образом, время в пути с точки зрения Земли будет:

$$t' = \frac{2L'}{v_0} = \frac{2L}{v_0}\sqrt{1 - v_0^2} < \frac{2L}{v_0} = t$$

К такому же мнению придёт и движущийся близнец. Для него время на Земле испытывает лоренцево замедление вследствие относительного движения, то есть:

$$t' = t\sqrt{1 - v_0^2} = \frac{2L}{v_0}\sqrt{1 - v_0^2} < t$$

Получается, что близнецы в момент повторной встречи пришли к согласованным мнениям о показаниях собственных и часов друг друга. При этом движущийся на ракете близнец оказался *старше* своего брата, остававшегося неподвижным на Земле, вопреки традиционным решениям парадокса в рамках специальной теории относительности.

Такое же явление наблюдается и в формализме общей теории относительности, хотя в ней решение парадокса также традиционно отличается. В момент первой встречи ракеты и Земли на ракете включаются тормозные двигатели, равномерно распределённые по длине ракеты, чтобы не вызывать её релятивистской деформации. Повторим, что деформация связана с тем, что воздействие двигателей передаётся вдоль ракеты со скоростью не выше скорости света. Двигатели вызывают постоянное тормозящее ускорение g всей ракеты равномерно, не вызывая изменения её длины. Величина ускорения подобрана так, что ракета остановится, когда её хвостовая часть поравняется с Землёй. Это легко достижимо, поскольку параметры движения на ракете известны. Действительно, уравнение движения ракеты имеет вид:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2} = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

В начальной и конечной точках траектории координаты x_0 и x равны нулю, поэтому полное время движения с учётом знака ускорения равно:

$$0 = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad \rightarrow \quad 2v_0 = gt \quad \rightarrow \quad t = \frac{2v_0}{g}$$

Величина ускорения определяется по условию обнуления скорости в конце пути:

$$x = \frac{gt^2}{2} = L$$

Подставляем в уравнение время и находим:

$$L = \frac{gt^2}{2} = \frac{g}{2} \times \frac{4v_0^2}{g^2} = \frac{2v_0^2}{g}$$

Отсюда находим и величину ускорения:

$$g = \frac{2v_0^2}{L}$$

Полное время движения из положения a) в положение c) также определяем через известные величины:

$$t = \frac{2v_0}{g} = 2v_0 \Big/ \frac{2v_0^2}{L} = \frac{2v_0 L}{2v_0^2} = \frac{L}{v_0}$$

Это время движения по часам ракеты. Но с её точки зрения на Земле прошло иное время. Запишем релятивистский интервал для Земли, падающей в эквивалентном гравитационном поле ракеты, движущейся с ускорением:

$$ds^2 = -g_{44} c^2 dt^2 + dx^2$$

Преобразуем уравнение, учтя, что для времениподобного движения квадрат интервала имеет отрицательный знак, а отношение интервала к скорости света является собственным временем движущейся ИСО:

$$\frac{ds^2}{c^2} = g_{44} dt^2 - \frac{dx^2}{c^2} \quad \to \quad d\tau^2 = dt^2 \left(g_{44} - \frac{dx^2}{dt^2 c^2} \right)$$

И, наконец, приняв традиционно $c = 1$, получаем:

$$d\tau = dt\sqrt{g_{44} - v^2} \quad \to \quad \tau = \int_0^t \sqrt{g_{44} - v^2}\, dt$$

Величина g_{44} в форме гравитационного потенциала записывается в этом уравнении в разных вариантах, например, для нашего случая его происхождения вследствие ускорения он имеет вид:

$$\tau = \int_0^t \sqrt{(1 + xg)^2 - v^2}\, dt$$

В уравнении по условиям задачи величина $g = \mathrm{const}$, а величины $x = x(\mathrm{t})$ и $v = v(\mathrm{t})$, то есть, зависят от времени. Непосредственное, табличное интегрирование, видимо, невозможно, однако многократные числовые интегрирования (см. гл.4) показали, что величина интеграла заведомо меньше его верхнего предела, то есть, $\tau < t$. Заметим, что на это обстоятельство указывал и Benguigui. Рассматривая похожее уравнение (6), он отметил:

$$t_1' = \ldots = \ldots + \int_{t0}^{t1} \sqrt{1 - f(t)^2 / c^2}\, dt \qquad (6)$$

"Нетрудно показать, что интеграл правой части (6) меньше, чем ($t_1 - t_0$), поскольку $[f(t)/c]^2$ является убывающей функцией, меньшей 1" [1, с.7].

Таким образом, мы приходим к выводу, что собственное время в ИСО Земли меньше собственного времени на ракете, то есть, и в формализме общей теории относительности движущийся с ускорением близнец оказался моложе неподвижного, вопреки традиционным решениям парадокса близнецов.

1.7 Симметричный парадокс близнецов

Как и в случае зеркальной версии парадокса близнецов, эта версия названа симметричной потому, что в ней результат движения путешественника приводит к тому, что при повторной встрече оба близнеца такие же ровесники, как и при первой, стартовой встрече. Это особый вариант движения, поэтому близнецы оба находятся на одинаковых ракетах, одна из которых неподвижна, находится в окрестностях Земли, а вторая сначала удаляется, затем возвращается обратно, рис.1.3. Эту версию парадокса мы рассматриваем в двух вариантах: с мгновенным разворотом для обратного движения путешественника и без возврата путешественника в исходную точку, парадокс ровесников.

Схема движения в симметричном парадоксе представлена на рис.1.3. с точки зрения ракеты 1, движущейся относительно ракеты 2 и Земли. В собственных системах отсчёта ракеты имеют одинаковую длину – L, но длина смежной ракеты с их точки зрения видна им укороченной – L'.

Итак, ракета 1 движется со скоростью v_0 и производит измерение времени движения для разных этапов. Начало измерений производится в момент a) совпадения наблюдателей B и C. В этот момент наблюдатели синхронизирует свои часы. Для простоты считаем, что случайно показания всех часов ракет оказались нулевыми с их точек зрения. Уточним, что, например, для наблюдателя A часы D не установлены в нулевые показания.

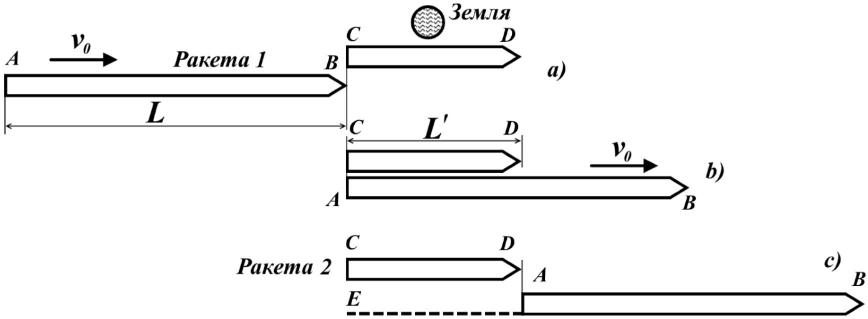


Рис.1.3 Симметричный парадокс близнецов в СТО

На первом этапе b) ракета 1 прошла путь до момента, когда сблизились, оказались рядом друг с другом наблюдатели A и C. Время этого этапа равно:

$$t_1 = \frac{L}{v_0}$$

Длина отрезка пути второго этапа c) равна длине ракеты 2, равна L'. Этап, как видно на рисунке завершается, когда сблизились наблюдатели D и A. Время этого этапа или показания часов A равны, соответственно:

$$t_2 = \frac{L'}{v_0} = \frac{L\sqrt{1-v_0^2}}{v_0}$$

Таким образом, с точки зрения движущейся ракеты 1 и наблюдателей A и B полное время в пути до этапа c) равно:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{L}{v_0} + \frac{L\sqrt{1-v_0^2}}{v_0} = \frac{L}{v_0}\left(1+\sqrt{1-v_0^2}\right) \quad (1)$$

Как легко заметить, путь, пройденный наблюдателями А и В в ИСО ракеты 2 равен сумме её длины и длины ракеты 1.

А каковы показания часов с точки зрения наблюдателей ракеты 2? С их точки зрения на первом этапе движения b) длина ракеты 1 укорочена, поэтому пройдёт она мимо наблюдателя С за время:

$$t_1' = \frac{L\sqrt{1-v_0^2}}{v_0}$$

На втором этапе с) мимо ракеты 2 длиной L пройдёт наблюдатель А ракеты 1, на что потребуется время:

$$t_2' = \frac{L}{v_0}$$

Следовательно, в момент встречи наблюдателя А и наблюдателя D, по часам С и D пройдёт время:

$$t' = t_1' + t_2' = \frac{L\sqrt{1-v_0^2}}{v_0} + \frac{L}{v_0} = \frac{L}{v_0}\left(1+\sqrt{1-v_0^2}\right) \quad (2)$$

Отметим более явно, что времена (1) и (2) – это время между двумя событиями: совпадение наблюдателей В+С в начальный момент и совпадение наблюдателей А+D в конечный момент. Поскольку мы рассматриваем ситуацию с точки зрения ракеты 2, показания всех часов в ней равны.

Как видим, эти интервалы времени совпали с точек зрения двух систем. Но это явное противоречие в отношении к традиционному парадоксу близнецов. Нам точно известно, что один из близнецов движется, а другой – неподвижен. Все решения такого вида приводят к результату: путешествующий близнец моложе. Здесь же они ровесники.

Конечно, наблюдательный читатель сразу же заметит: но ведь вначале встретились близнецы В и С, а в конце – А и D. Однако это резонное замечание легко устраняется. Если ракета 1 мгновенно развернётся, то картина будет полностью совпадать с рассмотренной, просто движение на рис.1.3 будет теперь производится справа налево. Только в этом случае показания всех часов с точки зрения их ИСО будут не нулевыми, а равными (1) и (2). Легко обнаружить, что в конечном итоге вновь встретятся близнецы B и C, причём показания их часов вновь совпадут, но будут в два раза больше, чем (1) и (2).

Однако это не обязательно, баланс времён сходится и в варианте ровесников или обычных часов. Действительно, уравнение (2) – это показания часов C. Но эти часы лишь по рисунку кажутся выходящими за пределы ракеты 1. На самом деле ИСО ракеты не имеет ограничений в пространстве. В частности, некий наблюдатель E, движущийся с такой же скоростью v_0 находится в ИСО ракеты 1. Этот наблюдатель находится в конце этапа напротив часов C, видит их показания и может подтвердить, что они совпадают с его собственными показаниями. Это объективное свидетельство того, что показания часов C совпадают с показаниями часов B. То есть, мы вновь приходим к выводу: движущиеся часы B в конце движения показывают то же самое время, что и неподвижные часы C.

Мы вычислили время между встречами по собственным часам. Интересно выяснить, а как каждый из наблюдателей *представляет* показания встречных часов? Время в пути по часам близнецов совпали. Но тогда как быть с лоренцевым замедлением? Формально каждый из наблюдателей должен ожидать, что часы другого близнеца испытали лоренцево замедление. Однако здесь не всё так прямолинейно.

Лоренцево замедление испытывают только часы, которые движутся относительно системы покоя *наблюдателя*. В нашей схеме движения это соблюдается не всегда. Действительно, например, наблюдатели A и B на первом этапе вполне законно ожидают, что показания контрольных часов C испытают лоренцево замедление:

$$t_1' = t_1\sqrt{1-v_0^2} = \frac{L}{v_0}\sqrt{1-v_0^2}$$

Далее, на втором этапе часы C проходят путь, равный длине ракеты 2. По часам A и B пройдёт время:

$$t_2 = \frac{L\sqrt{1-v_0^2}}{v_0}$$

Напротив, по часам C это время, вроде бы должно испытать лоренцево замедление:

$$t_2' = t_2\sqrt{1-v_0^2} = \frac{L(1-v_0^2)}{v_0}$$

Но это ошибка. С точки зрения часов С они, а правильнее, часы А прошли совсем другой путь. Часы А двигались мимо укоротившейся длины ракеты 2, но, наоборот, с точки зрения часов С эти часы в ИСО ракеты 2 прошли более длинный пусть, поэтому между этими двумя относительными положениями наблюдателей С и А часы С покажут большее время. Поэтому на самом деле замедлились не часы С по отношению к часам А, а часы А по отношению к часам С:

$$t_2 = t_2'\sqrt{1-v_0^2}$$

Следовательно, интервал времени по часам С наблюдатель А должен предсказать таким:

$$t_2' = \frac{t_2}{\sqrt{1-v_0^2}} = \frac{L\sqrt{1-v_0^2}}{v_0\sqrt{1-v_0^2}} = \frac{L}{v_0}$$

Поэтому он ожидает, что в момент "встречи" часы С должны показывать:

$$t' = t_1' + t_2' = \frac{L\sqrt{1-v_0^2}}{v_0} + \frac{L}{v_0}$$

Как видим, предсказания наблюдателя В показаний часов С в момент встречи (с часами Е) совпадает с собственным временем часов С (2). Таким же образом можно показать, что и предсказания наблюдателя С также совпадут с собственным временем часов В (1).

Выводы

Корректные вычисления в парадоксе близнецов по правилам специальной теории относительности приводят к непротиворечивому результату. Точки зрения каждого из близнецов (ровесников) полностью совпадают: моложе оказывается тот из них, который рассматривается как *реально* движущийся относительно ИСО, за которой принудительно *закреплена* трасса, траектория движения.

Если *закрепить* трассу за другой ИСО, то результат будет противоположным, но по-прежнему моложе будет теперь уже другой участник, считающийся движущимся.

2. Решение парадокса трёх близнецов

Оппоненты СТО могут с полным правом обвинить теорию в иллюзорности её предсказаний [1]. Действительно, если на противоположных концах галактики, скажем, на расстоянии в 100 000 световых лет живут два *ровесника*, то нет никаких оснований утверждать, что они думают друг о друге иначе, чем о ровесниках. Если же они начнут *одновременно* сближение с субсветовой скоростью, то им сразу же будет *казаться*, что его ровесник тут же, мгновенно постарел на много лет. В процессе движения каждый из них постареет, но движущийся навстречу ровесник постареет меньше. И, тем не менее, в момент встречи оба будут такими же ровесниками, как и перед началом сближения просто вследствие симметрии ситуации.

Здесь мы рассматриваем ровесников в том же смысле, что и традиционных близнецов. На момент начала движения все три участника имеют один и тот же возраст.

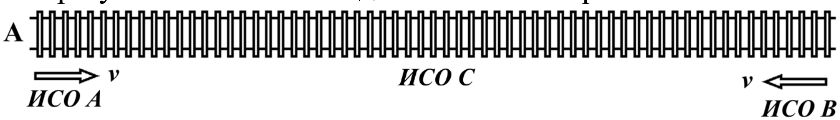


Рис.2.1. Сближаются две симметричные ИСО

В момент начала отсчёта времени по часам лабораторной ИСО С обе движущиеся ИСО А и В находятся на некотором удалении L друг от друга. Скорости их движения относительно ИСО С равны $v_1=v_2=v$, поэтому результирующая скорость их сближения v_3 определяется уравнением Лоренца:

$$v_3 = v_{AB} = \frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 \times v_2} = \frac{2v}{1 + v^2}$$

Согласно тем же уравнениям Лоренца, каждая из ИСО считает, что к моменту встречи, часы встречной ИСО будут показывать меньшее время. Явно просматривается парадокс, поскольку такого быть не может: отстанут либо те, либо другие часы, но какие? Поскольку система симметрична, рассмотрим её с точки зрения ИСО А.

В лабораторной, неподвижной ИСО С расстояние между движущимися ИСО равно $L=L_{AB}=AB$. Но для каждой из ИСО движущимся является этот отрезок пути, и он имеет длину

$$L^{AB} = L\sqrt{1-v^2}$$

С точки зрения каждой из ИСО ей предстоит до встречи преодолеть половину этого пути

$$L_A = L_B = \frac{L}{2}\sqrt{1-v^2} \quad (2.1)$$

На это потребуется время:

$$t = t_A = t_B = \frac{L}{2v}\sqrt{1-v^2} \quad (2.2)$$

С точки зрения этих же ИСО во встречной ИСО пройдёт *меньшее* время:

$$t' = t\sqrt{1-v_3^2} = \frac{L}{2v}\sqrt{1-v^2}\sqrt{1-v_3^2} \quad (2.3)$$

Здесь для вычисления лоренцева замедления времени мы используем теперь уже *относительную* скорость между движущимися ИСО – v_3. Первые два сомножителя в уравнении (2.3) – это время, прошедшее до встречи по собственным часам каждой ИСО, а третий сомножитель – это лоренцев коэффициент замедления времени в смежной, движущейся ИСО, определяемый относительной скоростью между ними. Время t' – это время, прошедшее во встречно движущейся ИСО по мнению наблюдателя в рассматриваемой ИСО. Отметим это ещё более явно: с точки зрения рассматриваемой ИСО А до их встречи в ИСО В прошёл интервал времени (2.3). Простой обзор двух уравнений (2.2) и (2.3) показывает, что, действительно, в ИСО, движущейся относительно рассматриваемой, прошёл *меньший* интервал времени.

Соответственно, вследствие симметрии, мы получим точно такой же результат, рассматривая картину с точки зрения другой системы – ИСО В. То есть, в этом случае мы получим уже противоположный результат: с точки зрения ИСО В в движущейся ей навстречу ИСО А пройдёт меньшее время, так же описываемое уравнением (2.3).

Такое решение выглядит как очевидное противоречие, парадокс. Однако никакого противоречия нет. Действительно, с точки зрения каждой из ИСО в движущейся ей навстречу ИСО прошёл *меньший* интервал времени. Однако по собственным часам этих встречных ИСО интервал времени будет иным. Вычислим его непосредственно по уравнению Лоренца:

$$t' = \frac{t + xv_3}{\sqrt{1 - v_3^2}}$$

Здесь мы используем уже иную скорость – v_3, *относительную* скорость между двумя ИСО А и В, а не между ними и лабораторной ИСО С. Понятно и как отмечено выше (2.1), на момент начала движения до момента встречи мимо условно неподвижной, например, ИСО А пройдёт, переместится отрезок половины трассы L, длина которой с её точки зрения испытает лоренцево сокращение. Таким образом:

$$t' = t_B = \frac{t + \frac{L}{2}\sqrt{1 - v^2} \times v_3}{\sqrt{1 - v_3^2}} = \frac{\frac{L}{2v}\sqrt{1 - v^2} + \frac{L}{2}\sqrt{1 - v^2} \times \frac{2v}{1 + v^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2v}{1 + v^2}\right)^2}}$$

Преобразуем полученное выражение:

$$t_B = \frac{L}{2v}\sqrt{1 - v^2} \times \frac{1 - v\frac{2v}{1 + v^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2v}{1 + v^2}\right)^2}} \times \frac{1 + v^2}{1 + v^2} =$$

$$= \frac{L}{2v}\sqrt{1 - v^2} \times \frac{1 + v^2 - v\frac{2v}{1 + v^2} \times \left(1 + v^2\right)}{\left(1 + v^2\right)\sqrt{1 - \left(\frac{2v}{1 + v^2}\right)^2}} =$$

$$=\frac{L}{2v}\sqrt{1-v^2}\times\frac{1+v^2-2v^2}{\sqrt{\left(1+v^2\right)^2-\left(1+v^2\right)^2\left(\frac{2v}{1+v^2}\right)^2}}$$

$$t_B=\frac{L}{2v}\sqrt{1-v^2}\times\frac{1-v^2}{\sqrt{1-2v+v^4}}=\frac{L}{2v}\sqrt{1-v^2} \qquad (2.4)$$

Мы получили интервал времени движения от начала до встречи для другой, движущейся ИСО по её собственным часам (таймеру). Это время оказалось в точности равно времени движения по собственным часам условно неподвижной ИСО А. Иначе говоря, в момент встречи показания часов (таймеров) обеих ИСО, движущихся навстречу друг другу, будут равны – (2.2) и (2.4). Вновь отметим это обстоятельство более отчётливо: с точки зрения каждой из ИСО А и В во встречной ИСО прошло *меньшее* время. Однако по их собственным часам эти интервалы времени равны. Таким образом, ровесники в конце пути остались ровесниками. Но возраст третьего ровесника, в середине трассы, в точке встречи всех трёх участников будет иным, поскольку с точки зрения главной лабораторной ИСО С до встречи прошло время:

$$t_C=\frac{L}{2v}$$

Вывод. Противоречие, когда с точки зрения двух встречно движущихся ровесников (близнецов) каждый из них должен оказаться моложе движущегося ему навстречу, является кажущимся. Согласно специальной теории относительности с точки зрения каждой условно неподвижной ИСО интервал времени, прошедший во встречной ИСО за время движения, действительно, будет меньшим, чем по собственным часам этой неподвижной ИСО. В этом, собственно, и проявляется принцип относительности теории и эффект иллюзорности преобразований Лоренца [47].

3. Парадокс часов на экваторе

Следует отметить, что практически полностью тождественным парадоксу близнецов является другой, гораздо реже обсуждаемый тезис, сформулированный Эйнштейном в той же работе и следующий сразу же за первым: тезис об отставании часов на экваторе от часов, находящихся на полюсе Земли. По сути, смыслы обоих тезисов совпадают:

"… часы с балансиром, находящиеся на земном экваторе, должны идти несколько медленнее, чем точно такие же часы, помещённые на полюсе, но в остальном поставленные в одинаковые условия" [37].

На первый взгляд это утверждение может показаться странным, ведь расстояние между часами неизменно и нет относительной скорости между ними. Но на самом деле на изменение темпа хода часов влияет *абсолютная* скорость, которая, хотя и меняет непрерывно своё направление (тангенциальная скорость экватора), но все они дают в сумме ожидаемое отставание часов. Тезис в работе Эйнштейна о часах на экваторе по смыслу полностью совпадает с тезисом об отставании движущихся часов, что видно из следующих рассуждений. На рис.3.1a на виде сверху условно показаны часы на полюсе T1 и часы на экваторе T2.

Однако исходная формулировка тезиса имеет некоторые недостатки. С релятивистской точки зрения радиус R экватора должен уменьшиться, согласно парадоксу Эренфеста [51], что создаёт некоторую неопределённость в вычислениях. Напротив, с точки зрения системы отсчёта часов T2 теперь уже движущимися по кругу оказываются часы T3, причём движутся они вместе с рельсами – рис.3.1b. Поскольку рельсы движутся, то их длина также должна испытать лоренцево сокращение, что вновь приводит к парадоксу Эренфеста. В результате уменьшается до величины R' и их реальный радиус, который мы вычислим далее.

Для того чтобы хотя бы частично исключить подобные неопределённости, преобразуем задачу в эквивалентную форму, известную также как парадокс поезда. Будем считать, что часы Т2 движутся в поезде по рельсам в неподвижной ИСО часов Т1. В процессе движения длина поезда укорачивается, но с рельсами при этом ничего не происходит. Трассу в виде рельсов со шпалами мы изобразили умышленно: они позволяют увидеть, кто движется, а кто покоится.

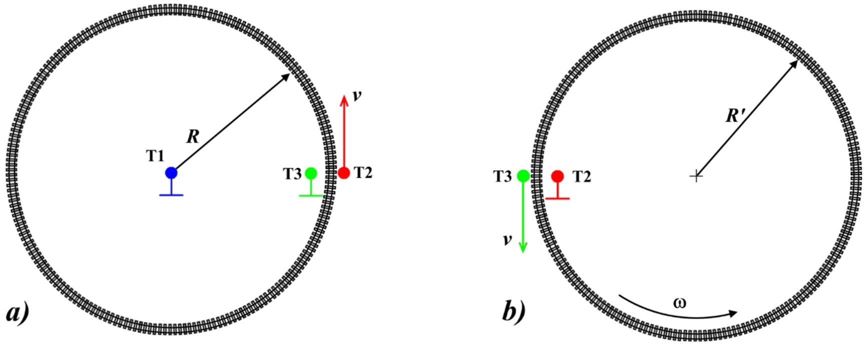


Рис.3.1. Движущиеся по окружности часы отстают от часов, находящихся в центре окружности. Это становится более заметно, если добавить неподвижные часы вблизи от траектории движущихся.

Согласно рисунку расстояние между часами Т1 и Т2 неизменно, то есть, между ними, казалось бы, нет необходимой *относительной* скорости, которую можно подставить в уравнения Лоренца. Однако добавим третьи часы Т3. Они находятся в ИСО часов Т1, и идут, следовательно, синхронно с ними. Но теперь мы видим, что часы Т2 явно имеют относительную скорость по отношению к часам Т3, находящимся, скажем, на промежуточной станции, и рельсам: сначала часы Т2 находятся на близком расстоянии от часов Т3, затем они удаляются и вновь приближаются. Следовательно, с точки зрения неподвижных часов Т3 движущиеся часы Т2 отстают от них и, соответственно, также и от часов Т1. Переместим теперь часы Т3 настолько близко к траектории Т2, что в какой-то начальный момент времени они окажутся рядом, практически в одной точке. В этом случае мы получаем классический вариант парадокса близнецов и оба тезиса из работы Эйнштейна в равной степени могут служить основой для его традиционной формулировки.

Величина отставания часов в этом случае определяется уравнением Лоренца, в которое мы должны подставить тангенциальную скорость движущихся часов. Действительно, в каждой точке траектории часы Т2 имеют скорости, равные по модулю, хотя и разные по направлению. Для того чтобы эти разные скорости внести в уравнение, поместим в каждую точку траектории часов Т2 свои собственные неподвижные часы Т3 – рис.3.1а. Все эти новые часы идут синхронно с часами Т1, поскольку все они находятся в одной и той же *неподвижной* ИСО рельсов и часов Т1. Часы Т2, проходя каждый раз мимо соответствующих часов Т3, испытывают отставание, вызванное относительной скоростью именно с этими часами. За мгновенный интервал времени по этим часам часы Т2 также отстанут на мгновенно малое время, которое можно вычислить по уравнению Лоренца. Здесь и далее мы будем использовать одни и те же обозначения для часов и их показаний:

$$dT2 = dTi\sqrt{1-v^2}$$

Проинтегрируем это выражение по всем часам и найдём суммарное время отставания:

$$T2 = \int_0^T dTi\sqrt{1-v^2} = \sqrt{1-v^2} \times \int_0^T dTi = T\sqrt{1-v^2} \qquad (3.1)$$

Очевидно, что верхним пределом интегрирования являются показания часов Т3 в момент, когда часы Т2 и Т3 вновь встретятся. Как видим, показания часов Т2 < Т3 = Т1 = Т. Лоренцев множитель мы выносим из-под знака интеграла, поскольку он является константой для всех часов. Введённое множество часов можно рассматривать как одни и те же часы – "распределённые в пространстве часы". Это "пространство часов", в котором часы в каждой точке пространства идут синхронно, и обязательно некоторые из них находятся рядом с движущимся объектом, с которым эти часы имеют строго определённое относительное (инерциальное) движение.

Теперь определим траекторию часов Т3, какой она видится в системе отсчёта часов Т2. Поскольку кольцевая трасса, рельсы движутся относительно часов Т2, она имеет в их ИСО укороченную длину:

$$L' = 2\pi R\sqrt{1-v^2}$$

Соответственно и радиус этой трассы виден часам Т2 также укороченным:

$$R' = \frac{L'}{2\pi} = R\sqrt{1-v^2}$$

В процессе движения часы Т3 совершают движение в системе координат x0y часов Т2. Рассмотрим рис.3.2а.

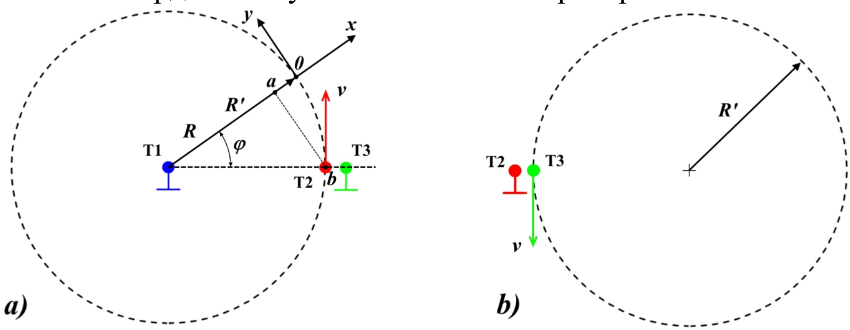


Рис.3.2. С точки зрения движущихся часов Т2, рядом с ними вращается круг из рельсов с закреплёнными на них часами Т3.

На нём мы немного разнесли часы Т3 и Т2, чтобы исключить их слияние. На самом деле мы считаем, что расстояние между часами в момент совмещения приближается к нулю. Поэтому считаем, что часы Т3 также находятся в точке b. Координаты этой точки равны:

$$x_b = R' - R'\cos\varphi$$

$$y_b = -R'\sin\varphi$$

Перепишем уравнения следующим образом:

$$x_b - R' = -R'\cos\varphi$$

$$y_b = -R'\sin\varphi$$

Затем найдём сумму квадратов координат:

$$(x_b - R')^2 = (-R'\cos\varphi)^2$$
$$y_b^2 = (-R'\sin\varphi)^2$$

Теперь, просуммировав, мы обнаруживаем, что траекторией часов Т3 в системе координат часов Т2 является окружность, центр которой смещён на величину радиуса:

$$(x_b - R')^2 + y_b^2 = (R')^2$$

Таким образом, мы получаем точно такую же картину кругового движения, как и в исходном варианте. Только в этом случае мимо множества часов в системе отсчёта часов Т2 движутся часы Т3. Следовательно, как и в исходном варианте, теперь уже часы Т3 должны идти с замедлением относительно множества этих условно неподвижных часов Т2:

$$T3 = \int_0^{T2} dTi\sqrt{1-v^2} = \sqrt{1-v^2} \times \int_0^{T2} dTi = T2\sqrt{1-v^2} \qquad (3.2)$$

Но, сравнивая уравнения (3.1) и (3.2), мы обнаруживаем противоречие. Какие же часы на самом деле идут медленнее? Парадокс часов, как отмечено выше, означает, что специальная теория относительности, вроде бы, делает два противоречащие друг другу предсказания. Действительно, как мы вычислили ранее, движущиеся по окружности часы отстают от часов, находящихся в центре окружности. Новый полученный результат для ответного кругового движение должен означать, по всей видимости, что с точки зрения специальной теории относительности в этом случае возникает *противоположное* отставание часов. То есть, теперь уже Т2 > Т3 = Т. Получается, что и на самом деле специальная теория относительности делает два взаимоисключающих предсказания Т2 > Т3 и Т2 < Т3?

3.1 Решение в рамках СТО

Рассмотрим эту задачу более детально исключительно в рамках СТО. Как уже показано, с точки зрения неподвижных часов, находящихся в центре окружности, движущиеся по кругу часы отстают. При этом мы установили, что движение происходит по рельсам, длина которых при этом неизменна, поскольку они "закреплены" за неподвижной ИСО часов на полюсе, в центре круга. Согласно СТО движущийся наблюдатель Т2 "видит" длину окружности, рельсов по которым он движется, укороченной:

$$L' = 2\pi R' = 2\pi R\sqrt{1-v^2}$$

Впервые этот эффект описал Эренфест в парадоксе вращающегося цилиндра [51]. Относительная скорость движения является инвариантом, поэтому, соответственно, на один оборот у него уходит время:

$$t' = \frac{L'}{v} = \frac{2\pi R}{v}\sqrt{1-v^2}$$

Это соотношение прямо следует из инварианта относительной скорости движения: если часы идут замедленно, то длина пути также должна быть укорочена. С другой стороны, это время он измеряет объективно по показаниям собственных часов. Иначе говоря, траектория движения, трасса для него является традиционным релятивистским движущимся стержнем, который испытывает лоренцево сокращение длины. Ему также известно, что в собственной системе отсчёта этот (криволинейный) стержень не испытывает никакого сокращения. То есть, в собственной системе отсчёта длина этого стержня больше той, что измерил движущийся наблюдатель Т2:

$$L = \frac{L'}{\sqrt{1-v^2}}$$

Из этого наблюдатель в движущейся ИСО делает очевидный вывод: для внешних наблюдателей Т3 и Т1, находящихся в ИСО трассы он совершает полный оборот за соответствующее время:

$$t = \frac{L}{v} = \frac{2\pi R}{v}$$

И это вновь является прямым следствие инварианта скорости относительного движения. Вроде бы, оба наблюдателя пришли к согласованному мнению о том, чьи часы идут медленнее. Но как быть с принципом относительности? Ведь согласно ему часы во внешней ИСО идут медленнее? Иначе говоря, часы Т2 отстают от часов Т3, но и Т3 также должны отставать от часов Т2. И здесь нам следует обратить внимание на важное обстоятельство. Действительное отставание часов Т2 от часов Т3 мы обнаружили, сравнивая показания движущихся часов Т2 и внешних часов Т3, находящиеся вблизи траектории движения, окружности.

Чтобы определить и отставание неподвижных, внешних часов Т3 от движущихся часов Т2, вырежем в каждой из ИСО равные отрезки вдоль трассы движения: AB = CD, как показано на рис.3.3. Отметим, что эти отрезки равны в состоянии *покоя*. Для движущихся относительно друг друга ИСО смежный отрезок видится укороченным согласно эффекту Лоренца.

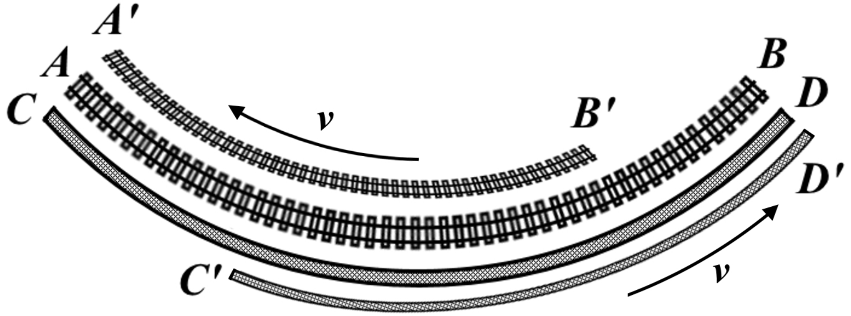


Рис.3.3. С точки зрения условно неподвижных часов, смежный путь укорочен

С точки зрения ИСО AB отрезок в смежной ИСО CD имеет длину:

$$L'_{CD} = L'_{AB} = L_{CD}\sqrt{1-v^2} = L_{AB}\sqrt{1-v^2}$$

Это означает, что с момента совмещения точек А и С в каждой из ИСО пройдёт одинаковое время, за которое смежные, движущиеся относительно, часы достигнут другого конца отрезка – В и D, соответственно. Однако эти же часы в точках А и С уже в принципе не могут встретиться на этих интервалах движения. Следовательно, в смежной ИСО их "увидят" теперь уже другие часы, которые зафиксируют их отставание строго согласно преобразованиям Лоренца.

Действительно, в начале отсчёта по часам ИСО CD часы C были совмещены с часами A', а в конце отсчёта – с часами B'. Часы C прошли интервал A'B' со скоростью v за время:

$$t_C = \frac{L'_{AB}}{v} = \frac{L_{AB}}{v}\sqrt{1-v^2}$$

А с точки зрения ИСО AB часы C прошли этот же интервал за время:

$$t'_C = \frac{L_{AB}}{v} > t_C,$$

то есть, с точки зрения ИСО AB часы C отстали. В ИСО AB часы A и B идут синхронно и их показания всегда равны, поэтому отставание часов C от часов B' тождественно их отставанию и от часов A'.

Аналогичная картина наблюдается и с часами B. Действительно, в начале отсчёта по часам ИСО AB часы B были совмещены с часами D', а в конце отсчёта – с часами C'. Часы B прошли интервал D'C' со скоростью v за время:

$$t_B = \frac{L'_{DC}}{v} = \frac{L_{CD}}{v}\sqrt{1-v^2}$$

А с точки зрения ИСО CD часы B прошли этот же интервал за время:

$$t'_B = \frac{L_{CD}}{v} > t_B,$$

то есть, с точки зрения ИСО CD часы B отстали. В ИСО CD часы C и D идут синхронно и их показания всегда равны, поэтому отставание часов B от часов C' тождественно их отставанию и от часов D'.

Таким образом, принцип относительности соблюдается: с точки зрения каждой ИСО движущиеся мимо неё часы отстают. Но возникает новый вопрос: если ситуация строго симметрична, что при встрече часы T2 и T3 должны показывать одно и то же время? Но выше мы строго показали, что на самом деле часы T2 отстают. Как же совместить эти два вывода?

Объяснение достаточно простое: относительность одновременности. Дело в том, что вырезая в двух ИСО отрезки равной длины, мы должны вспомнить, что предельная длина отрезков разная. В ИСО Т2 предельная длина отрезка равна:

$$L_{T2} = L_{T3}\sqrt{1-v^2}$$

То есть, на менее длинном отрезке пути часы отстанут и на меньшее время: ΔТ2 > ΔТ3. Часы Т3 движутся вдоль менее длинного отрезка, чем часы Т2, поэтому и отстанут на меньшее время. Это довольно интересное явление: от встречи до встречи каждые из часов пройдут *разные* пути. Добавим, что путь для часов Т2 короче по определению, именно это мы задали в начальных условиях. И сразу же заметим, что это добавление подразумевает и другой вариант, другое определение. И оно, действительно, существует.

3.2 Принцип относительности на экваторе

Мы задали начальные условия, согласно которым часы на экваторе движутся по траектории, привязанной к системе отсчёта неподвижных часов на полюсе. В результате получили, что движущиеся часы идут медленнее. Отметим более определённо: медленнее идут те часы, которые движутся относительно некоторого неподвижного отрезка. Но мы можем изменить условия задачи и получить прямо противоположный результат: отстающими окажутся часы на полюсе. Для этого нам надо установить, что часы на экваторе движутся вместе с диском, совмещённым с экваториальной плоскостью. Строго говоря, такая формулировка соответствует исходному тезису Эйнштейна. Хотя прямо это не сказано, но "находящиеся на земном экваторе" часы мы имеем полное право рассматривать как находящиеся на экваториальном диске Земли, как вращающиеся вместе с планетой [37]. Для этих часов траектория движения, изображённые на рис.3.1 железнодорожные пути неподвижны. На них часы Т2 мы должны рассматривать как станционные часы, а по железнодорожным путям экватора движутся условно неподвижные в системе полюса часы Т3. Из этого следует, что в исходном тезисе Эйнштейна часы на экваторе будут идти *быстрее*, чем часы на полюсе.

Это принципиально другая задача. В ней возникает эффект парадокса Эренфеста. Поскольку диск вращается, то согласно этому эффекту длина его окружности укорачивается. Корректно решение парадокса Эренфеста [51] показывает, что в этом случае неизбежно укорачивается и радиус диска. Следовательно, с точки зрения часов Т2 на диске, на экваторе внешние, считавшиеся ранее неподвижными, часы Т3 проходят меньший путь:

$$L_{T3} = L_{T2}\sqrt{1-v^2}$$

Соответственно, при движении со скоростью v показания часов будут различаться:

$$T3 = \frac{L_{T3}}{v} = \frac{L_{T2}}{v}\sqrt{1-v^2} < T2 = \frac{L_{T2}}{v}$$

Приведённое решение парадоксом не является, поскольку такой исход является прямым следствием принципа относительности.

Дополним наши рассуждения точкой зрения теперь уже условно движущихся часов Т3. Этой картине полностью соответствует рис.3.2. Только в этом случае рельсы неподвижны относительно часов Т2. Следовательно, длина пути для этих часов *больше*, чем его длина с точки зрения часов Т3: на рис.3.1 R' > R, поскольку эти пути теперь движутся относительно часов Т3 и испытывают при этом лоренцево сокращение.

Для вычисления времени в ИСО Т3 мы теперь можем расставить в ИСО Т2 вдоль всего пути дополнительные часы и затем использовать уравнение (3.2). Также несложно убедиться, что рис.3.3 и подробное описание к нему тоже соответствуют новым начальным условиям. Как и ранее, здесь в силе принцип относительности, и с точки зрения каждой из рассматриваемых ИСО смежные, движущиеся часы идут медленнее.

Выводы

Парадокс часов на экваторе, являющийся эквивалентом парадокса близнецов, *исключительно* в рамках специальной теории относительности имеет непротиворечивое решение.

Поскольку решение парадокса в СТО непротиворечиво, следует признать, что в ОТО также должны быть получены решения, полностью соответствующие двум полученным в СТО результатам: *отстают* часы, движущиеся по *орбите* экватора (по условным неподвижным железнодорожным путям над экватором), и *отстают* часы на полюсе по отношению к часам, *закреплённым* на вращающемся экваториальном диске Земли. Однако здесь ожидается противоречие, поскольку в обоих случаях из-за вращения часы, движущиеся на экваторе (вместе с Землёй) или вдоль экватора, подвержены действию эквивалентной гравитационной силы. С учетом этой силы часы должны идти медленнее, что противоречит рассмотренному случаю движения часов на экваторе, на диске.

Согласно формализму СТО, вращающиеся часы идут *медленнее* лабораторных, если они движутся по траектории, привязанной к лабораторной, условно неподвижной ИСО. Так движется поезд по кольцевому пути. Но часы идут *быстрее* лабораторных, если они вращаются на собственном жёстком диске (или обруче), не связанном с лабораторной системой отсчёта.

Формально темп хода часов определяется тем, за какой системой отсчёта *закреплена* траектория их вращения: за собственной (экваториальный диск Земли, часы *спешат*) или за внешней (жёсткая орбита вдоль экватора Земли, часы *отстают*).

4. Решение парадокса близнецов в ОТО

Считается, что окончательное решение парадокс близнецов получил только в общей теории относительности, что, напротив, специальная теория относительности не позволяет его разрешить, парадокс не является задачей специальной относительности:

"При изучении СТО указывается, что "парадокс близнецов" не может быть объяснен в рамках этой теории. … Этот парадокс не может быть разрешен в рамках СТО, так как рассматриваемые СО не равноправны (как это требуется в СТО): космический корабль не может рассматриваться ИСО, так как движется на отдельных участках траектории неравномерно. Только в рамках ОТО мы можем понять и объяснить "парадокс близнецов" естественным образом, опираясь на положения ОТО" [31, с.298].

Заключительное уравнение, с помощью которого в цитированной работе выводится это решение, имеет вид [31, с.294]:

$$\tau = t\sqrt{1+\frac{2\varphi}{c^2}} \approx t\left(1+\frac{\varphi}{c^2}\right) \quad (9.15)$$

"... из которой ясно видно, что темп хода часов замедляется в гравитационном поле с потенциалом φ (то же справедливо и для эквивалентной ускоренно движущейся СО, каковой в нашей задаче является космический корабль с "близнецом" "В"). Таким образом, часы на Земле покажут больший промежуток времени, чем часы на космическом корабле при его возвращении на Землю" [31, с.298].

Буквой А обозначен близнец, остававшийся неподвижным, на Земле, а буквой В – близнец, совершивший космический полёт. Здесь значение гравитационного потенциала описывается уравнением [31, с.293]:

$$\varphi = -\frac{GM}{r}$$

К сожалению, в цитированной работе развёрнутые выкладки отсутствуют, но даётся весьма показательное заключение:

"Повторим ещё раз, что "парадокс близнецов" не имеет никакого объяснения в специальной теории относительности, в которой используются только равноправные инерциальные СО. По СТО "близнец" "В" должен вечно равномерно и прямолинейно удаляться от наблюдателя "А" (по сути дела, он не должен взлетать с Земли, именно поэтому мы берем слово "близнец" в кавычки). В популярной литературе часто обходят "острый" момент в объяснении этого парадокса, заменяя физически длящийся разворот космического корабля "назад к Земле" его мгновенным разворотом, что невозможно. Этим "обманным маневром" в рассуждениях устраняют ускоренное движение корабля на развороте и тогда обе СО ("Земля" и "Корабль") оказываются равноправными и инерциальными, в которых можно применять положения СТО. Но такой прием нельзя считать научным" [31, с.299].

Тем не менее, попытки решить "парадокс близнецов" средствами специальной относительности предпринимаются по-прежнему не только противниками специальной теории относительности, но и её сторонникам. В частности, несколько таких решений представлены в предыдущих главах нашей работы. Поиск этих решений вызван странностями, обнаруженными в решениях общей теории относительности.

Самым высоким значением гравитационного потенциала, а точнее, нулевым обладает область, полностью свободная от массивных, гравитирующих тел. В ней часы идут с наибольшей скоростью (темпом). Принимается, что ко второму близнецу, находящемуся на Земле, не приложены никакие силы, а её гравитационное поле не учитывается. Таким образом, этот второй близнец находится в эквивалентном гравитационном поле космического корабля и под его действием совершает "свободное падение" на корабль. Согласно общей теории относительности и в соответствии с релятивистским явлением "гравитационного красного смещения" все часы, удалённые от центра корабля, идут в более быстром темпе, спешат. Изменение этого темпа хода часов и даёт уравнение общей теории относительности [32, с.113 IV.48, с.119 IV.74, с.140 IV.121; 27, с.200; 26; 29, с.1143], в одном из вариантов имеющее вид:

$$d\tau = \sqrt{\left(1+\frac{xg(t)}{c^2}\right)^2 - \frac{u^2}{c^2}}dt = \sqrt{1+\frac{2\chi}{c^2}-\frac{u^2}{c^2}}dt \qquad (4.1)$$

где:

$d\tau$, dt – интервалы времени, прошедшие по часам, соответственно, на "падающем" (Земля) и на гравитирующем теле (космическом корабле);

x – расстояние между телами (между близнецами); понятно, что оно зависит от времени;

$g(t)$ – ускорение свободного падения на гравитирующем теле;

u – скорость падения или относительная скорость близнецов; понятно, что она зависит от времени, поскольку "падение" земного брата в "гравитационном" поле брата-космонавта происходит с ускорением;

χ – так называемый, гравитационный потенциал, создаваемый "гравитационным" полем корабля при его развороте в точке пространства, в которой находится земной брат; также очевидно, что значение потенциала зависит от расстояния между близнецами и, соответственно, величины ускорения корабля в этой точке.

В этом уравнении мы видим, в чем, собственно, и состоит сущность решения парадокса близнецов в общей теории относительности. С одной стороны, в процессе сближения братьев и увеличения их относительной скорости часы земного брата замедляются – слагаемое с минусовым знаком. Это соответствует специальной теории относительности и является причиной возникновения парадокса. Однако, с другой стороны, эквивалентный "гравитационный" потенциал корабля приводит к противоположному эффекту: он вызывает ускорение хода земных часов. В сумме оба эффекта должны привести к тому, что показания часов земного брата в момент встречи будут больше показаний часов улетавшего брата, как того и требует корректное решение парадокса близнецов. Получается, вопреки специальной теории относительности, что с точки зрения путешественника движущиеся часы (часы земного брата) идут *быстрее*, чем неподвижные (часы на корабле).

В парадоксе близнецов наибольший интерес представляет картина, какую наблюдает улетавший брат. Действительно, с точки зрения земного, неподвижного брата ситуация предельно ясна. Она полностью и корректно описывается математикой специальной относительности и даёт исходные данные для последующих расчётов. Для удобства этих последующих расчётов примем:

1. Начальная скорость корабля $v_0 = 0{,}866$c или 259 628 км/сек;
2. Интервал времени t_A, на котором исследуется парадокс, равен 240 месяцам;
3. Величина ускорения разворота неизменна на всём протяжении полёта.

Этих трёх условий достаточно, чтобы вычислить все остальные параметры. Значение скорости корабля 0,866 взято как округлённое значение дроби √3/2. Следовательно, из заданного условия времени t_A движения корабля по часам Земли, равным 240 месяцев, находим ускорение разворота (торможения):

$$a = \frac{2v_0}{t_A} = \frac{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{240} = \frac{\sqrt{3}}{240} \approx 0{,}00722$$

Поскольку мы взяли значение скорости света, равное единице, то и ускорение мы получили в схожих единицах измерения. Если перевести ускорение в обычные единицы, то мы получим величину, почти в 11 раз меньшую ускорения свободного падения на Земле $a \approx 0{,}09$g. Текущая скорость корабля равна, соответственно:

$$v = v_0 - at = v_0 - \frac{2v_0 t}{t_A} = v_0\left(1 - \frac{2t}{t_A}\right)$$

Таким образом, по истечении 240 месяцев, корабль, движущийся с отрицательным ускорением 0,007 и начальной скоростью 0,866, вернётся на Землю, имея скорость минус 0,866. Эти условия, как указано выше, позволяют нам исключить из рассмотрения не только начальный этап разгона и конечный этап торможения, но и моменты изменения ускорения при развороте, которое неизменно на всём протяжении.

Подставляя в уравнение исходные данные, находим интегрированием время в пути по часам корабля:

$$t_B = \int_0^{t_A} \sqrt{1-v^2}\,dt = \int_0^{t_A} \sqrt{1 - v_0^2\left(1-\frac{2t}{t_A}\right)^2}\,dt =$$

$$\frac{40}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{8} + \frac{40}{\sqrt{3}}\frac{\pi}{6} \approx 17{,}09\ \text{лет} \approx 205{,}1\ \text{мес}$$

Для вычисления времени по часам землянина с точки зрения корабля воспользуемся приведённым выше уравнением (4.1). Согласно принципу эквивалентности общей теории относительности, действие сил инерции при ускоренном движении тел эквивалентно действию гравитационного поля, создаваемого массивным телом. В этом случае, движущееся ускоренно тело, корабль может рассматриваться как покоящееся. Напротив, Земля с его точки зрения находится в свободном падении в эквивалентном гравитационном поле корабля. Это свободное падение Земли в гравитационном поле корабля и описывается уравнением (4.1). Подставляем в него исходные параметры и производим тривиальные преобразования:

$$t_A = \int_0^{t_B} \sqrt{\left(1 + v_0 gt - \frac{g^2 t^2}{2}\right)^2 - (v_0 - gt)^2}\,dt \approx 19{,}225\ \text{лет} \approx 230{,}7\ \text{мес}$$

Это уравнение и было использовано для вычисления гравитационного красного смещения при замедлении темпа хода часов Земли с точки зрения космического корабля. Здесь мы приняли во внимание, что величина ускорения с точки зрения корабля иная: $g = \sqrt{3}/t_B$, поскольку относительная скорость – инвариант, а время в пути меньше, 205 месяцев. Это уравнение позволяет произвести своеобразное "табличное" интегрирование (см. Приложения).

И здесь мы обнаруживаем неожиданную и довольно неприятную ситуацию [45]. Конечно, согласно уравнениям общей относительности часы на Земле действительно идут более быстрым темпом и опережают часы на корабле. Но! Скрупулёзные расчёты этого опережения не дали абсолютно полного *совпадения*, график на рис.4.1. С точки зрения Земли, часы на ней показали при встрече близнецов 240 месяцев, это их собственное время, являющееся инвариантом. Однако по расчетам с точки зрения корабля, часы на Земле показали при встрече близнецов только 231 месяц или 19,2 года. Расхождение почти 5%, что для аналитических выкладок в данном случае чрезмерно. Точность вычислений – до трёх знаков после запятой. Разбиение отрезков при графическом интегрировании – от 240 до 50 000. Во всех случаях получался один и тот же результат – 231 месяц. Ни в одном случае не удалось получить 240 месяцев. Таким образом, считать приведённые выкладки как безусловное подтверждение решения парадокса близнецов средствами общей теории относительности следует с определённой осторожностью.

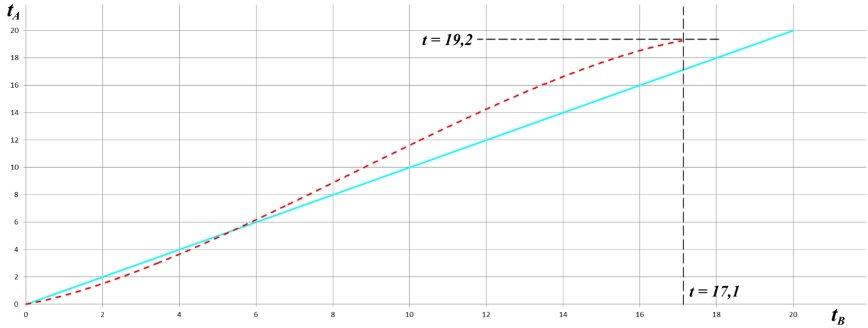


Рис.4.1 Численное интегрирование уравнения (4.1)

Как видно на графике, в результате численного интегрирования получено t_A=19,2 – конечная точка красной штриховой линии. Дискретность – 2000, точность результата, то есть, отклонение от известного значения: –3,8%. Бирюзовая сплошная линии – график времени земного наблюдателя А по его собственным часам.

4.1 Нахождение точного вида уравнения потенциала

Дальнейший анализ позволил предположить, что погрешность связана с использованием приближённого уравнения (4.1). Для определения точного вида этого уравнения следует, очевидно, использовать точное выражение для гравитационного потенциала, предложенное Эйнштейном [38, с.109]:

$$\sigma = \tau \; e^{\frac{\gamma\varsigma}{c^2}} = \tau \; e^{\frac{\Phi}{c^2}} \quad (4.2)$$

Можно заметить, что приближённое значение получено именно из этого выражения разложением его в ряд Тейлора и отбрасыванием членов высшего порядка:

$$e^x \approx 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!}$$

Из чего следует:

$$\sigma = \tau \; e^{\frac{\Phi}{c^2}} \approx \tau \left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right)$$

Обзор литературы выявил, что точное уравнение Эйнштейна (4.2) в таком виде вскользь упомянуто лишь в работе [40, с.215-232] и, как отмечено в работах [10, 28], более нигде не используется и даже не упоминается:

"...возможно, развитие теории пошло бы другим путем, если бы этот результат не остался без внимания" [28].

Отметим, что выражение (4.2) у разных авторов имеет разный вид [3, с.84]:

$$d\tau = dt\sqrt{1 + \frac{2\Phi}{c^2}} \quad (4.26)$$

В некоторых работах для обозначения величины Φ используется греческая буква χ. Для расчётов её свою очередь заменяем χ на параметры движения системы [32, с.119]:

$$\chi = gx + \frac{g^2x^2}{2c^2} \quad (4.3)$$

В этом случае точное выражение экспоненциального коэффициента будет иметь вид:

$$e^{\frac{2\chi}{c^2}} = \exp\left\{\frac{2}{c^2}\left(gx + \frac{g^2x^2}{2c^2}\right)\right\} = \exp\left\{\frac{2gx}{c^2} + \frac{g^2x^2}{c^4}\right\} = e^{\frac{2gx}{c^2} + \frac{g^2x^2}{c^4}}$$

Нас интересует точное значение уравнения (4.1), поэтому подставляем полученное выражение, содержащее точное значение гравитационного потенциала, в уравнение (4.1) и после несколько замысловатых преобразований получаем:

$$t_A = \int_0^{t_B} \sqrt{\exp\left\{\left(1 + gt\left(v_0 - \frac{gt}{2}\right)\right)^2 - 1\right\} - (v_0 - gt)^2}\, dt \quad (4.4)$$

Для нашей задачи это выражение является точным. Интегрирование такой сложной функции связано с очевидными трудностями, поэтому вновь используем табличное (численное) интегрирование.

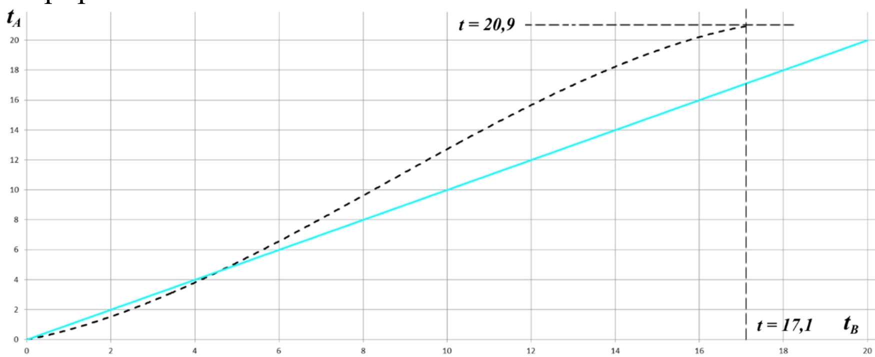


Рис.4.2 Численное интегрирование уравнения (4.4)

Как видно на графике, в результате численного интегрирования получено t_A=20,9, конечная точка черной штриховой линии. Дискретность – 2000, точность результата, то есть, отклонение от известного значения: +4,6%. Это весьма странно, поскольку мы использовали точное выражение для гравитационного потенциала по Эйнштейну. Если с приближённым значением потенциала мы получили отрицательную погрешность, то с точным значением погрешность и увеличилась и изменила знак. Из этого прямо следует, что точное значение может быть получено только с некоторым промежуточным значением потенциала – меньше, чем точное, и больше, чем самое грубое округление. Получилось, что предсказание ОТО для парадокса близнецов хуже, чем предсказание специальной теории относительности, являющееся максимально точным.

Попробуем использовать большее число членов разложения в ряд Тейлора, хотя это не имеет особого логического смысла, поскольку это точно такое же приближённое вычисление. Вновь используем разложение в ряд Тейлора, оставив три первых члена ряда:

$$\sigma = \tau \ e^{\frac{2\Phi}{c^2}} \approx 1 + \frac{2\Phi}{c^2} + \frac{4\Phi^2}{2c^4} = 1 + \frac{2\Phi}{c^2} + \frac{2\Phi^2}{c^4}$$

То же самое в обозначениях Эйнштейна и с использованием греческого символа:

$$e^{2\frac{\gamma\varsigma}{c^2}} \approx 1 + \frac{2\gamma\varsigma}{c^2} + \frac{4\gamma^2\varsigma^2}{2c^4} = 1 + \frac{2\chi}{c^2} + \frac{2\chi^2}{c^4}$$

Используем эквивалентное выражение (4.3) и после достаточно кропотливых преобразований приходим к следующему интегралу:

$$t_A = \int_0^{t_B} \sqrt{(1+gx)^2 + 2\left(gx + \frac{g^2x^2}{2}\right)^2 - (v_0 - gt)^2}\, dt \,, \quad (4.5)$$

интегралу, в котором с учётом наших начальных данных и для удобства численного интегрирования сделана подстановка:

$$gx = \frac{\sqrt{3}gt}{2} - \frac{g^2t^2}{2} \quad (4.6)$$

Произведя численное интегрирование, получаем картину, приведённую на рис.4.3.

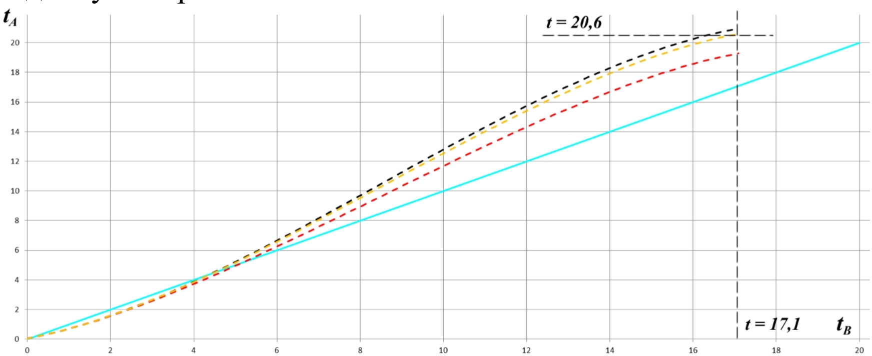


Рис.4.3 Численное интегрирование уравнения (4.5)

Как видно на графике, в результате численного интегрирования получено t_A=20,6 – конечная точка жёлтой штриховой линии. Дискретность – 2000, точность результата, то есть, отклонение от известного значения: +2,8%. Этот результат нас не устраивает теперь уже окончательно. Действительно, первый член ряда Тейлора, самое грубое приближение выражения для потенциала даёт заниженное значение времени, а два первых члена – завышенное. То есть, никаким разложением в ряд мы не сможем получить значение интеграла t_A=20,0 с удовлетворительной точностью. Ситуация, прямо скажем, тупиковая: формализм ОТО не позволил в первом приближении получить приемлемое решение парадокса близнецов. Не опираясь ни на какие логические основания, просто подставим в выражение интеграла множитель, двойку:

$$t_A = \int_0^{t_B} \sqrt{(1+gx)^2 + \frac{2}{2}\left(gx + \frac{g^2x^2}{2}\right)^2 - (v_0 - gt)^2}\, dt \quad (4.7)$$

Результат интегрирования оказался, прямо скажем, неожиданным.

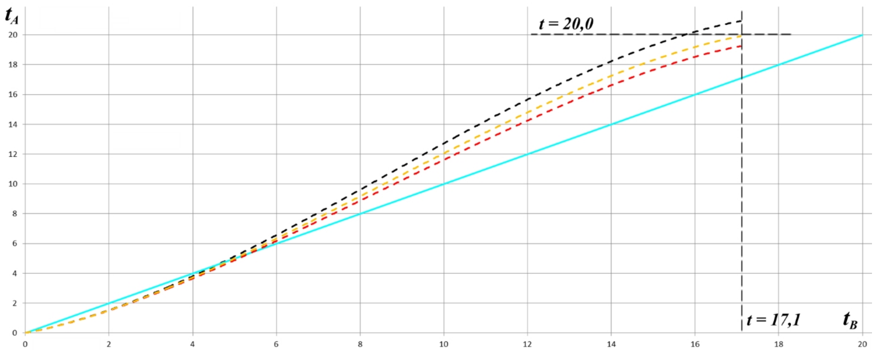


Рис.4.4 Численное интегрирование уравнения (4.7)

Как видно на графике рис.4.4, в результате численного интегрирования получено t_A=19,9 – конечная точка жёлтой штриховой линии. Дискретность – 2000, точность результата, то есть, отклонение от известного значения: –0,5%. Такой результат приемлем лишь отчасти, поскольку нужно помнить, что получен он случайным *подбором* коэффициента и, кроме того, выражение гравитационного потенциала не является точным эйнштейновским. Вместе с тем, этот результат наталкивает на мысль, а можно ли получить его как-то иначе, без подгонки?

Для выяснения этого рассмотрим историю получения приближенных значений потенциала. Можно сказать, что одним из главнейших уравнений теории относительности, если не самым главным, является уравнение интервала:

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$$

Чаще всего рассматривается его развёрнутая форма при $i = k$:

$$ds^2 = -g_{00}c^2dt^2 + g_{11}dx^2 + g_{22}dy^2 + g_{33}dz^2$$

В случае одномерного, линейного движения, интервал можно переписать в виде:

$$ds^2 = -g_{00}c^2dt^2 + g_{11}dx^2$$

При исследовании парадокса близнецов всегда принимается $g_{11}=1$, а величина g_{00} описывает внешнее гравитационное поле:

$$ds^2 = -g_{00}c^2dt^2 + dx^2$$

Значение величины g_{00}, судя по литературным данным, зачастую задаётся с определённой долей произвола, без достаточно убедительных обоснований. Точное значение потенциала (4.2) Эйнштейном приводится в литературе также без обоснования. Интервал с этим значением потенциала имеет вид:

$$ds^2 = -e^{\frac{\gamma\varsigma}{c^2}}c^2dt^2 + dx^2 \quad (4.8)$$

Именно отсюда и возникает известное уравнение для решения парадокса близнецов. Поскольку движение времениподобное, то сам квадрат интервала является величиной отрицательной, поэтому:

$$-ds^2 = -e^{\frac{\gamma\varsigma}{c^2}}c^2dt^2 + dx^2 = -\left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right)c^2dt^2 + dx^2$$

Преобразуем:

$$\frac{ds^2}{c^2} = \left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right)dt^2 - \frac{dx^2}{c^2} \quad \to \quad d\tau = dt\sqrt{1 + \frac{2\chi}{c^2} - \frac{v^2}{c^2}}$$

Обратим внимание, что в данном случае

$$g_{00} = e^{\frac{\gamma\varsigma}{c^2}}$$

Как мы уже обнаружили, такое соответствие не позволило получить приемлемое решение парадокса близнецов [45]. Если считать выражение точным, то неточным получается результат. Однако можно встретить и несколько иную запись интервала [20, с.145]:

$$ds^2 = \exp(2v)dt^2 - \exp(2v)dt^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \quad (18.1)$$

Перепишем это уравнение в эквивалентную форму для одномерного движения:

$$ds^2 = e^{2v}dt^2 - e^{2\lambda}dr^2$$

Теперь обратим внимание на двойку в экспоненте. В сущности, её появление можно отнести к математическому вкусу автора, поскольку, например, в другом случае она находится в знаменателе [21, с.392]:

$$\Delta\tau = e^{v/2}\Delta t \quad (7.2)$$

А также может вообще отсутствовать, как в уравнении Эйнштейна (4.2). Конечно, можно, не приводя особых объяснений, нейтрально заявить, что этот множитель взять просто для удобства [34, с.221]. Однако обратим внимание на то, что все элементы в уравнении интервала являются квадратами. Вполне логично и данный коэффициент рассматривать как квадрат некоторой величины. Тогда выражение (4.8) можно переписать:

$$ds^2 = -\left(e^{\frac{\gamma\varsigma}{c^2}}\right)^2 c^2 dt^2 + dx^2$$

Или в таком виде:

$$ds^2 = -\left(e^{\chi}\right)^2 dt^2 + dx^2$$

Такая трактовка двойки в экспоненте приводит к интересному результату. Традиционное понижение точности приближением имеет вид:

$$\sigma = \tau\ e^{\frac{2\Phi}{c^2}} \approx 1 + \frac{2\Phi}{c^2}$$

Если же рассматривать двойку как показатель степени, то мы получим:

$$\sigma = \tau \; e^{\frac{2\Phi}{c^2}} \approx \left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right)^2$$

Изменив обозначения в последнем варианте и используя эквивалент (4.3), получаем:

$$e^{2\chi} \approx (1+\chi)^2 = \left(1 + gx + \frac{g^2x^2}{2}\right)^2$$

Вновь вернёмся к уравнению интервала:

$$-ds^2 = -\left(1 + gx + \frac{g^2x^2}{2}\right)^2 dt^2 + dx^2$$

После преобразований получаем новый вид интеграла:

$$t_A = \int_0^{t_B} \sqrt{\left(1 + gx + \frac{g^2x^2}{2}\right)^2 - (v_0 - gt)^2}\, dt \quad (4.9)$$

Численное интегрирование для gx из (4.6) дало результаты, представленные на рис.4.5.

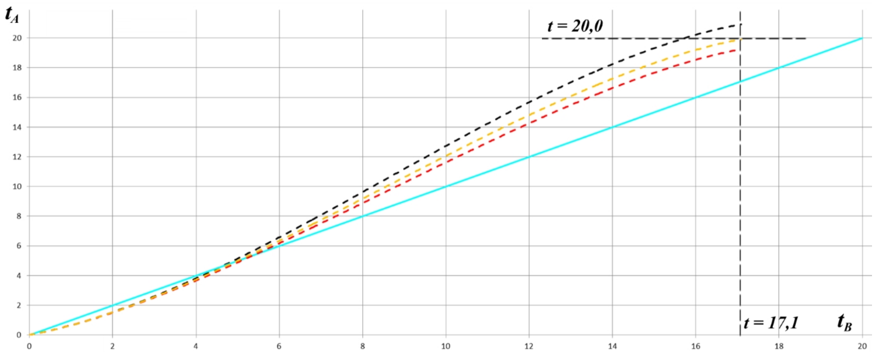


Рис.4.5 Численное интегрирование уравнения (4.9)

На графике в результате численного интегрирования получено t_A=19,9 – конечная точка жёлтой штриховой линии. Дискретность – 2000, точность результата, то есть, отклонение от известного, земного значения: –0,46%. Такой результат также является приемлемым только отчасти, поскольку он получен не с точным эйнштейновским гравитационным потенциалом. Проверка точности интегрирования в зависимости от других значений дискретности интервалов дала следующие результаты:

t_A	Дискретность	точность результата, %
20,2	30	0,850
20,0	60	0,208
20,0	80	0,041
20,0	85	0,011
20,0	86	0,0051
20,0	87	-0,00035
20,0	88	0,00567
20,0	90	0,016
20,0	125	0,144
19,9	250	0,310
19,9	500	0,395
19,9	1000	0,438
19,9	2000	0,459
19,9	4000	–0,470
19,9	8000	–0,475
19,9	16000	–0,478

Как видим, значение величины t_A во всех случаях максимально приближено к точному, земному значению, особенно при дискретности 87. Но это свидетельствует, скорее, о плохом соответствии уравнения гравитационного потенциала заданным требованиям. Отметим, что интегралы (4.7) и (4.9) на всех дискретностях дали неразличимо совпадающие результаты.

Выводы

Утверждение о том, что в общей теории относительности парадокс близнецов получил полное и окончательное решение является *недостаточно* обоснованным. В рассмотренной предельно идеализированной версии парадокса – путешественник всё время движется с неизменным ускорением, точность нескольких численных вариантов решений не превышает единиц процента, что для аналитических вычислений является неприемлемым.

Использование приближённого уравнения параметра g_{00} и гравитационного потенциала позволяет получить достаточно низкую погрешность вычислений. Однако сам факт использования *неточных* исходных данных дискредитирует практически любую точность конечных вычислений, фактически означая подгонку под требуемый результат.

Получить для близнеца-путешественника то же значение земного времени, что и для близнеца, остававшегося на Земле, по известным исходным величинам оказалось невозможным. При всех вычислениях по земным часам прошло иное время, чем вычисленное с точки зрения улетавшего близнеца.

В литературе не удалось найти информации о реальном, физически обоснованном значении гравитационного потенциала при ускоренном движении близнеца-путешественника, которое позволило бы получить совпадение времени по земным часам с точки зрения обоих близнецов. Подбор осмысленных его значений не позволил получить инвариант этого времени с приемлемой точностью. Традиционное значение g_{00}, описываемое в литературе, приводит для близнецов к разным значениям времени по земным часам. Предложенное Эйнштейном "точное" значение g_{00} в экспоненциальной форме приводит к *завышенному* значению этого времени. Однако и приближённое значение величины до первого функционального (после единицы) члена ряда Тейлора также даёт *завышенное* значение времени на Земле, вычисленного с точки зрения близнеца-путешественника. Это значит, что даже самое грубое, завышенное приближение этого параметра уже исключает возможность получить точное значение времени. Наилучшее отклонение инварианта земного времени, ок.0,46% было получено только путём специфического приближения (снижения точности) параметра g_{00}, что, конечно же, не даёт оснований считать результат приемлемым.

Конечно же, существует возможность *искусственно* подобрать такое значение гравитационного потенциала и такие правила вычислений, при которых инвариант земного времени будет выполнен с любой точностью. Однако физически обосновать такое *подобранное* значение гравитационного потенциала будет невозможно, это простая подгонка.

5 Встречное движение часов по кругу

На парадокс, возникающий при встречном движении двух часов по кругу (ракеты, летящие вокруг Солнца), обратил внимание Мамаев, вероятно первым. В заметке на форуме сайта SciTecLibrary в апреле 2004 года была опубликована его заметка под названием "Очевидность отсутствия замедления времени в движущейся системе отсчёта". В заметке был описан мысленный эксперимент с двумя ракетами – красной и синей, летящими вокруг Солнца по одинаковым встречным орбитам, равным приблизительно орбите Земли.

Сделанные автором допущения вполне корректны: встречная скорость в момент сближения ракет равна, приблизительно, 60 км/сек, а в момент, когда ракеты находятся в диаметрально противоположных точках орбит, они покоятся одна относительно другой, то есть, находятся в одной и той же ИСО. Нулевой и максимальный пики скоростей повторяются каждые полгода. В эксперименте участвуют трое абсолютно одинаковых часов: на ракетах и в центре Солнца. Целью мысленного эксперимента является:

"Покажем теперь, что, несмотря на относительное движение ракет друг относительно друга, скорость хода находящихся на этих ракетах часов одинаковой конструкции должна быть одинаковой" [23].

Несмотря на то, что в цитате присутствует слово-акцент "несмотря", доказательство вполне прозрачно и непротиворечиво, хотя на этом этапе, по сути, не соответствует названию заметки. Отмечается, что обе ракеты находятся в тождественных условиях движения, поэтому они одинаково отстают от часов в центре Солнца, следовательно, при каждой встрече их показания совпадают. Доказательство отсутствия лоренцева замедления времени, как заявлено в названии заметки, производится, как можно заметить, доведением до абсурда. В данном случае отмечается, что замедление есть. Абсурд, противоречие возникает, если рассмотреть ситуацию с точки зрения одной из ракет. В этом случае она считается неподвижной, а движется вторая, с *переменной* скоростью, вследствие чего, её часы должны отстать от неподвижных часов первой ракеты. На этих основаниях делается логичный, как считает автор, вывод:

"... если рассматривать движение каждой из ракет относительно Солнца, то темп хода часов, покоящихся на этих ракетах, должен быть абсолютно одинаковым. А если рассматривать движение каждой из ракет относительно другой ракеты, то темп хода часов, покоящихся на этих ракетах, должен плавно изменяться в зависимости от величины скорости "движущейся" ракеты относительно "покоящейся" ракеты. Причем, если покоящейся считается красная ракета, то отставать должны часы, находящиеся на синей ракете, а если покоящейся считать синюю ракету, то отставать должны часы, находящиеся на красной ракете" [23].

В этом автор заметки усматривает неустранимое противоречие преобразований Лоренца, ошибочность утверждения СТО о замедлении темпа хода движущихся часов, которые снимаются только отказом от этих представлений. По указанной заметке и аргументам автора возникли нешуточные обсуждения на разных научных форумах в интернете, на которых большинство оппонентов высказались критически.

С момента публикации цитируемого мысленного эксперимента в 2005 году прошло более 15 лет, поэтому наш анализ можно признать запоздалым. Однако он соответствует общей тематики нашей работы, поэтому приведём наши критические доводы.

Сразу отметим, что выводы автора заметки ошибочны. То, что часы ракет в момент их встречи показывают одинаковое время – это верно. Более того, с точки зрения общей неподвижной ИСО Солнца часы этих ракет *всегда* показывают одно и то же время. И это несмотря на то, что эти часы движутся и испытывают лоренцево замедление времени. Просто это замедление в них *одинаковое*.

Что касается вывода о *взаимном* отставании часов в ракетах, то здесь автор заметки совершенно необоснованно исключает из рассмотрения ОТО-эффекты. Согласно этим эффектам движущиеся часы *спешат*. То есть, суммарное изменение темпа хода относительно движущихся часов состоит из двух компонент: СТО (замедление) и ОТО (ускорение). Однако главным аргументом является симметрия. Две ракеты движутся в абсолютно одинаковых режимах, следовательно, всё, что видно с одной ракеты в отношении другой, в точности соответствует тому, что видно и с другой ракеты в отношении первой. Сразу же возникает вопрос: если чьи-то часы, на какой-то из ракет отстают, то на какой именно?

Совпадение показаний часов двух ракет в любой момент времени строго следует из аналитических вычислений, приводить которые даже нет необходимости. Опять же вследствие симметрии, уравнения для вычисления отставания часов красной ракеты с точки зрения синей ракеты *полностью тождественны* уравнениям для вычисления отставания часов синей ракеты с точки зрения красной ракеты. Прямые и ответные вычисления полностью тождественны, просто ввиду тождественности двух систем отсчёта: красной и синей ракет.

Таким образом, выводы автора заметки об отсутствии лоренцева замедления времени следует признать неверными, ошибочными.

6. Противоречия уравнения для сложения скоростей

6.1 Эффекты преобразований Лоренца

С появлением специальной теории относительности на смену преобразованиям Галилея пришли преобразования Лоренца. Вместе с этими преобразованиями появились и парадоксальные эффекты этих преобразований: движущиеся часы отстают, длина движущегося отрезка укорачивается, а одновременные события в одной системе отсчёта оказываются не одновременными в другой. Четвёртым эффектом преобразований стало особое правило сложения скоростей движущихся систем отсчёта. Оказалось, что результирующая скорость не равна простой сумме исходных скоростей.

Формула сложения скоростей напрямую не связана с парадоксом близнецов. Однако в дальнейшем мы рассмотрим особый, новый вариант парадокса близнецов – в рамках сверхсветовых систем отсчёта, тахионной теории относительности. Поэтому для неё нам потребуется вывести эквиваленты преобразований Лоренца, сформулированных для досветовых инерциальных систем отсчёта. Для ИСО все эти эффекты являются прямым следствием преобразований Лоренца, имеющих следующий вид [30, с.272]:

"Теперь формулы (63.4) можно переписать в виде

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad x' = \frac{-vt + x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z \quad (63.7)$$

Эти формулы перехода от одной инерциальной системы S к другой S' носят название *формул Лоренца*. Если, обратно, выразить отсюда t, x, y, z через t', x', y', z', то это обратное преобразование, как показывает элементарный подсчёт, будет иметь вид [30, с.272]:

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad x = \frac{vt' + x'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z' \quad (63.8)$$

Отметим, что формула для сложения скоростей в специальной теории относительности выводится именно из этих обратных преобразований, поэтому для исследования этой формулы далее мы проделаем этот элементарный подсчёт.

6.2 Классический вывод формулы сложения скоростей

В литературе по теории относительности уравнение для сложения скоростей называют одним из прямых следствий преобразований Лоренца. Это уравнение в одном из вариантов выводится следующим образом.

"... пусть некоторая материальная точка движется относительно системы S', причём её скорости по осям X', Y', Z' равны v_x', v_y', v_z' [30, с.278]:

$$\frac{dx'}{dt'} = v'_x \quad (64.6)$$

Пусть система S' движется относительно S по-прежнему со скоростью v в направлении общей оси X. Тогда, дифференцируя формулы (63.8), получаем [30, с.278]:

$$dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2}dx'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad dx = \frac{vdt' + dx'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Мы сразу же отбросили уравнения для двух других координат – y и z, поскольку рассматриваем одномерное движение только по координате x. На общую логику вывода уравнения это никак не повлияет.

"... откуда скорость движения точки уже относительно системы S имеет следующие составляющие по осям X, Y, Z:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{v + \frac{dx'}{dt'}}{1 + \frac{v}{c^2}\frac{dx'}{dt'}} \quad (6.1п)$$

Пользуясь обозначениями (64.6) и аналогичными обозначениями для системы S, запишем окончательно [30, с.278]:

$$v_x = \frac{v + v'_x}{1 + \frac{vv'_x}{c^2}} \quad (64.7)"$$

Это классический вывод уравнения, который, тем не менее, содержит, мягко говоря, спорный момент. Как указано в цитате, величины со штрихами и производная в уравнении (64.6) относятся к движущейся точке. Но при дифференцировании уравнений (63.8) мы получаем дифференциалы для двух *относительно* движущихся ИСО, которые к движущейся точке *не имеют никакого отношения*. Это хорошо видно, если задать простой вопрос: как мы обозначим скорость ещё одной, второй точки, движущейся относительно ИСО S'? И ещё одной, третьей? А как будет выглядеть скорость относительно этой ИСО другой, основной ИСО S? Очевидно, это разные скорости и обозначений у них должны быть разными, а рассмотренная в цитате точка должна в этом случае иметь порядковый номер, в данном случае, первый:

$$\frac{dx_1'}{dt_1'} = v_{x1}'; \quad \frac{dx_2'}{dt_2'} = v_{x2}'; \quad \frac{dx_3'}{dt_3'} = v_{x1}'; \quad \frac{dx_S'}{dt_S'} = \frac{dx'}{dt'} = v_S' = v \qquad (6.2)$$

Очевидно, что последняя из записей означает относительную скорость двух ИСО. Иначе говоря, производная в уравнении (64.6) равна не производной в уравнении, которому мы присвоили наш номер – (6.1п), это две *разные* величины, это две разные по смыслу скорости. Равна она правой производной в (6.2). Мы *обязаны* прямо указать, что их отождествление является довольно скрытой и даже, можно сказать, изящной подменой понятий.

Полученное в результате окончательное уравнение относится исключительно к двум относительно движущимся ИСО и является, строго говоря, отвлечённым соотношением. Действительно, мы имеем только две ИСО и ни одной больше. Между этими двумя ИСО есть *относительная* скорость – v. Это единственная скорость, никаких других скоростей в системе из этих двух ИСО нет. ИСО S движется относительно ИСО S' со скоростью v, точно также и ИСО S' движется относительно ИСО S с той же скоростью v. Никаких иных скоростей со штрихами или с индексами уравнения (63.8) не подразумевают и не содержат. Никакими преобразованиями *этих* уравнений (63.8) *невозможно* обнаружить, сформировать в этой системе какие-либо иные скорости. Поэтому говорить о сложении скоростей, когда она единственная, нет никаких оснований, а уравнение в цитате прямо превращается в правое уравнение (6.5).

Вместе с тем возникает резонный вопрос: если уравнение для сложения скоростей выведено из некорректных предположений, то почему же использование его даёт осмысленный результат? Действительно, если взять $v = 0$ или $v_x' = 0$, мы получим результирующую скорость точки, равную оставшейся, ненулевой скорости. Это очевидный правильный результат. Верный результат – скорость света – получается также, если взять любую из скоростей, равной скорости света. Если же взять скорости просто близкими к скорости света, то также получается осмысленный результат, например:

$$v_x = \frac{0{,}9999c + 0{,}9999c}{1 + 0{,}9999c \times 0{,}9999c / c^2} = \frac{1{,}99980000}{1{,}99980001} < 1$$

Мы осторожно пишем *осмысленный* результат, а не *правильный* результат, поскольку сомнительная логика вывода формулы оставляет основания для таких же сомнений в правильности вычислений по этому уравнению.

Рассмотрим эту сомнительную логику детальнее и обратим внимание на важное обстоятельство. Согласно алгоритму получения этого уравнения, скорость v_x' – это скорость материальной точки в ИСО S', то есть, её скорость относительно этой ИСО. Однако точно также, этим же уравнением описывается скорость ИСО S относительно той же *неподвижной* ИСО S', ведь по умолчанию *dx'* – это путь, пройденный системой S, а *dt'* – время на прохождение этого пути системой S. Получается, что обе *разные* скорости описываются одним и тем же уравнением, что автор выкладок неявно *отождествил* скорость точки относительно ИСО S' со скоростью ИСО S. Но эта скорость нам известна по определению, это относительная скорость двух ИСО.

Если же мы их, эти, по сути, разные скорости отождествляем, то и подставляя в уравнение (64.7) скорость v_x', следует понимать под этой скоростью то, чем она и является – скорость ИСО S относительно ИСО S' по координате X:

$$v_x = \frac{v + v_x}{1 + v v_x}$$

Если же посмотреть на исходное уравнение (64.7), то сразу же следует потребовать внести в него коррективы. Если v'_x – это скорость по координате x, что в её обозначении отмечено индексом, тогда что представляет собой скорость v без индекса? Видимо, эта скорость также должна иметь координатный индекс. Как видим, при таком раскладе это уравнение уже не является явным, а нуждается в дополнительных преобразованиях. Однако и после этих преобразований мы не получим уравнение для нахождения *суммарной* скорости, поскольку теперь в уравнении *только* две скорости. Более того, для рассматриваемого случая одномерного, по одной координате движения, в уравнении вообще останется только одна скорость. То есть, на самом деле мы получили уравнение, решение которого даёт бессмысленный результат: v = любая, v_x = c или v = c.

6.3 Обратные преобразования Лоренца

Далее для уменьшения высоты формул воспользуемся традиционной системой отсчёта, в которой скорость света оказывается равной единице. Рассматриваем линейное одномерное движение, поэтому уравнения для координат y и z отбрасываем. В этом случае прямые преобразования Лоренца приобретают вид:

$$t = \frac{t' + vx'}{\sqrt{1-v^2}}, \quad x = \frac{vt' + x'}{\sqrt{1-v^2}}$$

Для обратного подсчёта, получения обратных преобразований Лоренца изменим форму записи этих уравнений:

$$t = t'\sqrt{1-v^2} + vx \qquad x = x'\sqrt{1-v^2} + vt \qquad (6.4)$$

Определим обратное уравнение преобразований Лоренца для времени. Для этого умножаем второе, правое уравнение на скорость:

$$t = t'\sqrt{1-v^2} + vx \qquad vx = vx'\sqrt{1-v^2} + v^2 t$$

Подставляем полученное значение в левое уравнение для времени:

$$t = t'\sqrt{1-v^2} + vx'\sqrt{1-v^2} + v^2 t$$

Собираем все члены со временем t слева от знака равенства, остальные – справа:

$$t - v^2 t = t'\sqrt{1-v^2} + vx'\sqrt{1-v^2}$$

Выносим время t за скобки:

$$t\left(1-v^2\right)=t'\sqrt{1-v^2}+vx'\sqrt{1-v^2}$$

И делим правую часть равенства на множитель в скобках:

$$t=\frac{t'\sqrt{1-v^2}+vx'\sqrt{1-v^2}}{1-v^2}$$

После сокращения получаем обратное уравнение преобразований Лоренца для времени:

$$t=\frac{t'+vx'}{\sqrt{1-v^2}}$$

Проделаем теперь такие же преобразования для координаты *x*. Меняем местами уравнения в (6.4) и вновь умножаем правое уравнение на скорость:

$$x=x'\sqrt{1-v^2}+vt \qquad vt=vt'\sqrt{1-v^2}+v^2x$$

Подставляем значение правого уравнения в левое и собираем слева члены, содержащие *x*:

$$x-v^2x=x'\sqrt{1-v^2}+vt'\sqrt{1-v^2}$$

Выносим слева за скобки величину *x* и делим всё на величину в скобках:

$$x=\frac{x'\sqrt{1-v^2}+vt'\sqrt{1-v^2}}{1-v^2}$$

После сокращения получаем второе уравнение обратных преобразований Лоренца:

$$x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-v^2}}$$

6.4 Сложение скоростей из прямых и обратных преобразований Лоренца

Вместе с тем наши критические рассуждения будут неполны, если мы не рассмотрим, каковы основания для трактовки этих преобразований иначе, чем предложили мы.

Можно догадаться, что использование обратных преобразований Лоренца для вычисления суммарной скорости связано со знаками слагаемых в числителях уравнений Лоренца.

Однако такая, по сути, хитрость вызывает определённое недоверие и желание проделать ту же процедуру вывода также и с уравнениями прямых преобразований Лоренца. Для наглядности сделаем это просто в две колонки: слева с прямыми преобразованиями, справа – традиционно с обратными:

$$x' = \frac{-vt + x}{\sqrt{1 - v^2}}, \quad t' = \frac{t - vx}{\sqrt{1 - v^2}} \quad .... \quad x = \frac{vt' + x'}{\sqrt{1 - v^2}}, \quad t = \frac{t' + vx'}{\sqrt{1 - v^2}}$$

Теперь просто разделим расстояние на время, левые уравнения в колонках на правые:

$$x' = \frac{-vt + x}{\sqrt{1 - v^2}} \Bigg/ t' = \frac{t - vx}{\sqrt{1 - v^2}} \quad .... \quad x = \frac{vt' + x'}{\sqrt{1 - v^2}} \Bigg/ t = \frac{t' + vx'}{\sqrt{1 - v^2}}$$

Преобразуем дроби в нормальный вид:

$$\frac{x'}{t'} = \frac{-vt + x}{\sqrt{1 - v^2}} \Bigg/ \frac{t - vx}{\sqrt{1 - v^2}} \quad .... \quad \frac{x}{t} = \frac{vt' + x'}{\sqrt{1 - v^2}} \Bigg/ \frac{t' + vx'}{\sqrt{1 - v^2}}$$

Здесь мы видим довольно странную картину. Как нам следует трактовать отношения двух величин слева от знаков равенства, которые, строго говоря, изначально имеют свой вполне определённый смысл: расстояние в данной ИСО и время в этой ИСО, за которое пройдено это расстояние. Иначе говоря, слева от знаков равенства – это, вообще-то, никакая не суммарная скорость. Однако оставим пока этот вопрос без решения и для начала просто эти дроби так и обозначим – скорость в штриховой ИСО и скорость в ИСО без штриха:

$$v' = \frac{-vt + x}{t - vx} \quad .... \quad v = \frac{vt' + x'}{t' + vx'}$$

Традиционно разделим числители и знаменатели в колонках на время:

$$v' = \frac{-v + x/t}{1 - vx/t} \quad .... \quad v = \frac{v + x'/t'}{1 + vx'/t'}$$

И вновь отношения расстояния ко времени мы заменяем на их смысловые физические эквиваленты. Вспомнив логику преобразований, мы обязаны признать, что x и t – это расстояние и время в ИСО S, обозначающие путь, пройденный в ней системой S' за соответствующее время по часам системы S. Следовательно, это скорость ИСО S', которая по определению равна

v. То же самое справедливо и для правого уравнения – отношение x' ко времени t' – это, по смыслу переменных, является скоростью ИСО S относительно ИСО S' – v'. Таким образом:

$$v' = \frac{-v+v}{1-vv} \quad .... \quad v = \frac{v+v'}{1+vv'}$$

Теперь мы уже обязаны окончательно определиться с обозначениями, с индексами скоростей. Хотя по логике преобразований в этих уравнениях по определению *все* скорости равны: $v = v'$, мы, тем не менее, проставим им традиционные числовые индексы вместо штрихов:

$$v_3 = \frac{-v_1+v_2}{1-v_1v_2}; \quad v_3 = \frac{v_1+v_2}{1+v_1v_2}$$

В сущности, левое уравнение столь же непротиворечиво, как и традиционное, поскольку его можно трактовать как встречное движение двух ИСО с точки зрения третьей, внешней. Понятно, что в этом случае знаки скоростей оказываются противоположными. В частности, при равенстве скоростей $v_1=v_2$, их относительная скорость v_3 становится равной нулю.

Однако ранее мы выразили недоверие к трактовке индексации скоростей, считая, что все эти скорости – это одна и та же относительная скорость между двумя ИСО. Если признать такое равенство $v = v'$ или $v_1 = v_2 = v_3$, то уравнения примут такой вид:

$$v = \frac{0}{1-v^2} = 0; \quad v = \frac{v+v}{1+vv} \quad (6.5)$$

Как видим, в этом случае решение в левой колонке, полученное из прямых преобразований Лоренца, является единственным $v = 0$. С этой же точки зрения рассмотрим и решение в правой колонке:

$$v = \frac{v+v}{1+vv}$$

Очевидно, что одно из его решений v – любое. После сокращения находим и второе решение:

$$1 = \frac{2}{1+v^2} \;\rightarrow\; 1+v^2 = 2 \;\rightarrow\; v^2 = 1 \;\rightarrow\; v = \pm 1$$

Все эти решения прямо указывают, что при равенстве внесённых в них скоростей единственной относительной скорости двух ИСО все они *лишены* пользовательского смысла. Никакого полезного ответа они получить не позволяют. Но, можно возразить, зачем эти скорости приравнивать? Ответ, вообще-то, очевидный и несомненный: все эти дополнительные обозначения скоростей внесены *безосновательно*, это явная подмена понятий. Стала она возможной вследствие хитрой модификации *исходных* уравнений Лоренца, их преобразования, в результате чего оказалась размыта физическая сущность содержащихся в них переменных. Наглядно мы это покажем, используя исходные, базовые уравнения Лоренца.

6.5 Сложение скоростей из первичных уравнений Лоренца

Следует напомнить, что оба уравнения для *x, t* получены простыми математическими преобразованиями. Исходные, первичные уравнения, которые могут быть получены разными способами, имеют простой вид:

$$t' = t\sqrt{1-v^2}, \quad x' + vt' = x\sqrt{1-v^2}$$

Вот их мы и попробуем использовать для получения уравнения для суммирования скоростей двух ИСО. Сразу же обнаруживаем, что в них нет никакого упоминания этой третьей, суммарной скорости. Есть две ИСО, для которых физически возможна только одна-единственная, относительная скорость. Данные уравнения записаны в прямой форме – зависимость параметров движущейся ИСО от параметров неподвижной:

$$x' + vt' = x\sqrt{1-v^2}, \quad t' = t\sqrt{1-v^2}$$

Делим левое уравнение для расстояний в движущейся ИСО на правое – время, прошедшее в этой ИСО, за которое она прошла это расстояние:

$$\left\{ x' + vt' = x\sqrt{1-v^2} \right\} \Big/ \left\{ t' = t\sqrt{1-v^2} \right\}$$

Разделяем переменные попарно знаком равенства:

$$\frac{x' + vt'}{t'} = x\sqrt{1-v^2} \Big/ t\sqrt{1-v^2}$$

Упрощаем выражение:

$$\frac{x'+vt'}{t'}=\frac{x}{t}$$

После деления на время, получаем довольно странное выражение:

$$\frac{x'}{t'}+v=v'+v=v$$

Как видим, мы вновь пришли к единственному решению $v'=0$, v – любая, которое не несёт никакой информации о некой третьей, суммарной скорости. Здесь нам вновь пришлось ответить на вопрос об отношении расстояния в каждой ИСО ко времени, прошедшей в этой ИСО: это скорость, причём ввиду её инварианта – это одна и та же скорость.

6.6 Сложение скоростей при встречном движении

Завуалированная ошибка в выводе уравнения возникла из-за некорректных алгебраических преобразований, подстановок переменных, не опирающихся на иллюстрации. Для наглядности произведём по правилам СТО прямое вычисление относительной скорости для двух встречно движущихся ИСО, имеющих в лабораторной ИСО разные скорости.

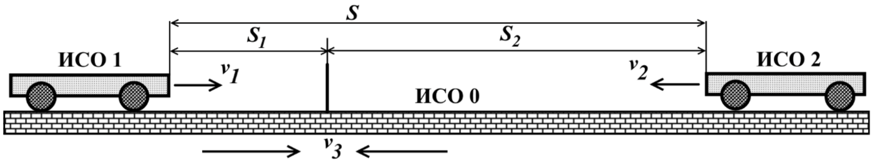


Рис.6.1. Сложение разных скоростей встречно движущихся ИСО

Будем считать, что с точки зрения лабораторной неподвижной ИСО 0 движущиеся ИСО встретились через время t_0. В этом случае мы имеем:

$$S_1=v_1t_0$$

$$S_2=v_2t_0$$

С точки зрения ИСО 2 другая ИСО 1 находится на удалении:

$$S' = S\sqrt{1-v_3^2} = (S_1 + S_2)\sqrt{1-v_3^2} = (v_1 t_0 + v_2 t_0)\sqrt{1-v_3^2} =$$
$$= t_0(v_1 + v_2)\sqrt{1-v_3^2}$$

Это прямо следует из того, что для ИСО 2 действительная длина трассы S считается *движущейся* вместе с ИСО 1 и вследствие этого испытывает лоренцево сокращение. Следовательно, *действительная* длина S без штриха для ИСО 2 равна:

$$S = \frac{S'}{\sqrt{1-v_1^2}} = t_0(v_1 + v_2)\frac{\sqrt{1-v_3^2}}{\sqrt{1-v_1^2}}$$

До встречи по часам ИСО 2 в этом случае пройдёт время:

$$t_3 = t_0\sqrt{1-v_2^2}$$

Следовательно, эффективная скорость, с которой ИСО 2 движется относительно ИСО 1, равна:

$$v_3 = \frac{S}{t_3} = \frac{t_0(v_1 + v_2)\sqrt{1-v_3^2}}{t_0\sqrt{1-v_2^2}\sqrt{1-v_1^2}} = \frac{(v_1 + v_2)\sqrt{1-v_3^2}}{\sqrt{1-v_1^2}\sqrt{1-v_2^2}} \qquad (6.6)$$

Преобразуем. Удвоенный знак равенства используем просто для лучшей визуализации:

$$v_3\sqrt{1-v_1^2}\sqrt{1-v_2^2} == v_3\sqrt{1+v_1^2v_2^2-v_1^2-v_2^2} == (v_1 + v_2)\sqrt{1-v_3^2}$$
$$v_3^2(1+v_1^2v_2^2-v_1^2-v_2^2) == (v_1 + v_2)^2 - v_3^2(v_1 + v_2)^2$$

Перенесём слагаемые с v_3 влево, остальные – вправо от знака равенства. Слева раскроем скобки:

$$v_3^2(1+v_1^2v_2^2-v_1^2-v_2^2) + v_3^2(v_1 + v_2)^2 =$$
$$= v_3^2 + v_3^2v_1^2v_2^2 - v_3^2v_1^2 - v_3^2v_2^2 + v_3^2(v_1^2 + 2v_1v_2 + v_2^2) =$$
$$= v_3^2 + v_3^2v_1^2v_2^2 - v_3^2v_1^2 - v_3^2v_2^2 + v_3^2v_1^2 + 2v_3^2v_1v_2 + v_3^2v_2^2 =$$
$$= v_3^2 + v_3^2v_1^2v_2^2 - v_3^2v_2^2 + 2v_3^2v_1v_2 + v_3^2v_2^2 = (v_1 + v_2)^2$$

Сокращаем повторяющиеся с разным знаком слагаемые:

$$v_3^2 + v_3^2v_1^2v_2^2 + 2v_3^2v_1v_2 == v_3^2\left(1+v_1^2v_2^2+2v_1v_2\right) = v_3^2\left(1+v_1v_2\right)^2 (v_1 + v_2)^2$$

В результате получаем выражение:

$$v_3^2 = \frac{(v_1 + v_2)^2}{\left(1+v_1v_2\right)^2}$$

Извлекаем корень и окончательно находим:

$$v_3 = \frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2} \quad (6.7)$$

Как видим, получено уравнение, совпадающее с известным традиционным уравнением для суммы скоростей, получено которое, однако, из явно, чётко определённых и осмысленных графических и аналитических соотношений.

6.7 Сложение скоростей при попутном движении

Тем не менее, неясным остался вопрос: будет ли иметь такой же вид формула сложения скоростей в более точной схеме движения. Рассмотрим неподвижную лабораторную ИСО 0, в которой со скоростью v_1 движется первая ИСО 1, и, в свою очередь, в которой со скоростью v_2 движется вторая ИСО 2. Как будут суммироваться скорости этих двух ИСО, какой будет скорость v_3 ИСО 2 с точки зрения этой неподвижной ИСО 0? Можно заметить, что эта схема полностью соответствует рассмотренному выше традиционному выводу формулы сложения скоростей, в которой в роли ИСО 2 выступает материальная точка.

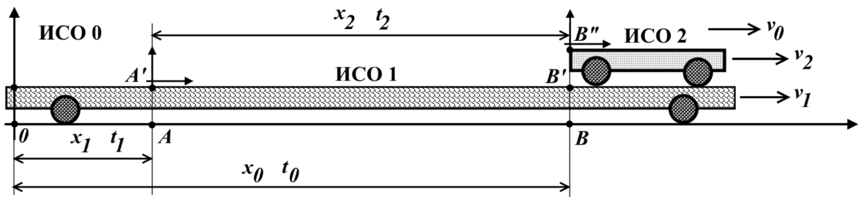


Рис.6.2. Сложение скоростей попутно движущихся ИСО

Рассмотрим картину через время t_0 от начала движения по часам ИСО 0, поначалу считая её неподвижной. Принимаем, что все три ИСО начали движение из одной точки, то есть, точки 0, A и B были в этот момент совмещены. Заметим, что конечный результат нам известен, поэтому все рассуждения по ходу их формирования мы, буквально, корректируем, подгоняем под него, стремясь не допускать логических противоречий. Иначе говоря, далее мы не *выводим* формулу, а *подводим* обоснование, корректное объяснение приводимым, очевидным на наш взгляд уравнениям.

Итак, с точки зрения лабораторной ИСО 0 за это время ИСО 2 удалится на расстояние x_0 от начальной точки. Сама ИСО 1 сместится с точки зрения ИСО 0 на расстояние:

$$x_1 = v_1 t_0$$

С точки зрения ИСО 0 этот путь мы можем рассматривать как движущийся стержень 0А, связанный с ИСО 1. Следовательно, с точки зрения самой движущейся ИСО 1, в её системе покоя длина этого "протянутого" стержня-пути, занявшего новое положение 0А, будет больше:

$$x_1' = \frac{v_1 t_0}{\sqrt{1 - v_1^2}}$$

За собственное время t_1 в ИСО 1 вторая ИСО 2, движущаяся со скоростью v_2, сместится относительно "несущей" её ИСО 1 на расстояние x'_2 = АВ:

$$x_2' = v_2 t_1$$

И в этом случае участок траектории АВ мы можем рассматривать как движущийся относительно ИСО 0 стержень, жестко связанный именно с ИСО 1.

$$x_2'' = \frac{v_2 t_0}{\sqrt{1 - v_1^2}}$$

Уточним: лоренцев множитель мы поставили в знаменатель обоснованно. Мы указали, что стержень АВ, привязан к ИСО 2, но эта привязка условна и заключается в удлинении стержня. Сам стержень на самом деле "лежит" в ИСО 1, движется с нею и испытывает лоренцеву деформацию вместе с нею. Поскольку его концы АВ мы пометили координатами ИСО 0, то его фактическая длина в системе покоя ИСО 1 больше, чем она видна из *движущейся* относительно него ИСО 0. Таким образом, в ИСО 1 длина этого "стержня" равна:

$$x_0' = x_1 + x_2 = \frac{v_1 t_0}{\sqrt{1 - v_1^2}} + \frac{v_2 t_0}{\sqrt{1 - v_1^2}} = t_0 \frac{v_1 + v_2}{\sqrt{1 - v_1^2}}$$

Соответственно, его же длина в системе покоя ИСО 2

$$x_0'' = \frac{x_0'}{\sqrt{1-v_2^2}} = t_0 \frac{v_1 + v_2}{\sqrt{1-v_1^2}\sqrt{1-v_2^2}}$$

Этот отрезок 0В прошёл мимо ИСО 2 со скоростью v_0 за время t''_0. Уточним: отрезок 0В в начальный момент времени, когда часы всех ИСО были обнулены, находился точкой 0 рядом с началом координат ИСО 2. Следовательно, в конечный момент для ИСО 2 ситуация такова, будто этот отрезок переместился в обратном направлении движения ИСО 2, совместившись точкой В с началом её координат. То есть, мы рассматриваем весь этот отрезок, который возник, вытянулся в процессе движения, как жёсткий стержень, движущийся со скоростью v_0 мимо ИСО 2. Именно поэтому мы пересчитали его длину из 0В, видимой в системе покоя ИСО 0 в новую длину x_0'', какая видна из ИСО 2. Соответственно, в ИСО 0, в системе покоя этого отрезка время также замедленно по отношению к условно неподвижной, лабораторной ИСО, в качестве которой мы рассматриваем теперь уже ИСО 2. Поскольку время движения в ИСО 0 мы задали изначально, что в новой лабораторной системе покоя часы покажут большее время:

$$t_0'' = \frac{t_0}{\sqrt{1-v_0^2}}$$

Таким образом, скорость движения отрезка 0В относительно ИСО 2 будет:

$$v_3 = \frac{x_0''}{t_0''} = t_0 \frac{v_1 + v_2}{\sqrt{1-v_1^2}\sqrt{1-v_2^2}} : \frac{t_0}{\sqrt{1-v_3^2}} == \frac{(v_1 + v_2)\sqrt{1-v_3^2}}{\sqrt{1-v_1^2}\sqrt{1-v_2^2}}$$

Как видим, это уравнение ожидаемо совпало с рассмотренным выше уравнением (6.6), поэтому мы сразу же записываем и его решение (6.7), полученное там же:

$$v_3 = \frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2}$$

Такой же результат можно получить, если просто трактовать рис.6.2 в форме рис.6.1. Для этого на рис.6.3 изображены три рисунка – исходные (сверху) и изменённый. В новой трактовке мы рассматриваем в качестве лабораторной, неподвижной системы ИСО 1. Как легко заметить, рис.6.2 стал похож на рис.6.1. Соответственно, относительно неё теперь уже движется ИСО 0, влево. Искомую суммарную скорость v_0 переименуем в v_3.

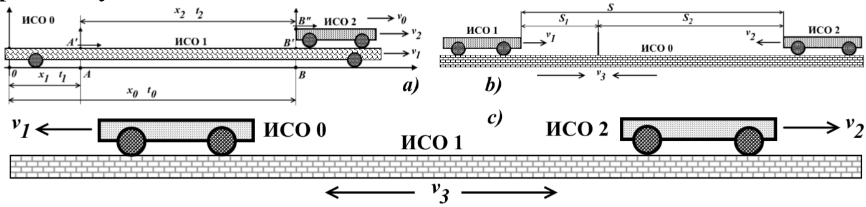


Рис.6.3. a) копия рис.6.2 сложения скоростей попутно движущихся ИСО; b) копия рис.6.1 сложения скоростей сближающихся ИСО; c) преобразование рисунка a) к виду рисунка b) – сложение скоростей удаляющихся друг от друга ИСО

Итак, найдём скорость v_3 разбегания двух ИСО – 0 и 2. Замечаем, что обе скорости v_1 и v_2 имеют противоположные знаки по отношению к рассмотренной ранее задачи рис.6.3b. Опускаем все выкладки для этой задачи ввиду их очевидной тождественности и сразу записываем:

$$v_3 = \frac{-v_1 - v_2}{1 + v_1 v_2} = -\frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2}$$

В исходной задаче сближались две ИСО: ИСО 1 и ИСО 2. В данном случае их эквиваленты ИСО 0 и ИСО 2 удаляются друг от друга. Иначе говоря, в исходной задаче ИСО 2 приближалась к ИСО 1, а в рассматриваемом варианте ИСО 2 удаляется от ИСО 0, что означает просто противоположный знак скорости. Как видим, в этом случае мы вновь получили формулу сложения скоростей, совпавшую с классической.

Выводы

Традиционный, классический вывод формулы сложения скоростей движущихся ИСО имеет явные логические противоречия, заключающиеся в подмене понятий. В процессе вычислений вместо очевидной *скорости движущейся* ИСО необоснованно подставляется *скорость третьей* ИСО – материальной точки.

При выводе формулы, вместо исходной относительной скорости двух рассматриваемых ИСО в результирующую формулу необоснованно подставляется и новая скорость, которой так же необоснованно даётся название – суммарная скорость точки и неподвижной ИСО.

Тем не менее, корректный вывод формулы сложения скоростей в формализме специальной теории относительности приводит к такой же формуле, что и при традиционном, некорректном её выводе. Известно, что ошибочные выкладки могут привести к правильному результату. Просто отметим, что верный традиционный результат получен подгонкой.

В дальнейшем мы планируем рассмотреть парадокс близнецов в формализме вновь выведенной тахионной, сверхсветовой теории относительности. Формулы сложения скоростей движущихся относительно систем отсчёта прямо не связаны с парадоксом близнецов, но помогут определить корректность формулировок эквивалентов преобразований Лоренца для тахионной теории относительности.

7 Обзор решений парадокса близнецов в СТО

Парадокс близнецов берёт своё начало в основополагающей работе Эйнштейна "К электродинамике движущихся тел" от 1905 года. Это первый и наиболее известный парадокс СТО, сформулированный Эйнштейном как "своеобразное следствие" из факта замедления темпа хода движущихся часов. Статус "парадокса" и название "парадокс близнецов" появились позднее в результате расширения формулировки: согласно принципу относительности с точки зрения движущихся часов отставать должны неподвижные.

Более чем за сто лет после публикации работы Эйнштейна решению парадокса было посвящено множество статей, однако дискуссии по нему не прекращаются и в наши дни (2019 год). Видимо, главной причиной продолжающихся споров является то, что ни одно из предложенных решений, по сути, не является бесспорным. Аргументы, использованные разными авторами, нередко не дополняют, а противоречат друг другу, приводя к весьма спорным решениям парадокса. Практически всегда указывается, что парадокс близнецов в специальной теории относительности, её средствами не имеет решения, что для его решения необходимо использовать формализм общей теории относительности:

"При изучении СТО указывается, что "парадокс близнецов" не может быть объяснен в рамках этой теории. … Только в рамках ОТО мы можем понять и объяснить "парадокс близнецов" естественным образом, опираясь на положения ОТО" [31, с.220].

"... парадокс близнецов ... ограничен специальной теорией относительности, которую можно сразу отбросить из-за абсолютного характера ускоренного движения в этой теории" [4].

Согласно ещё одному замечанию [27, с.40], мнение о возможности использования формулы Лоренца для замедления времени в ускоренных системах ошибочно, поскольку эта формула "... справедлива только для инерциальных систем и совершенно неприменима к системе R, скорость которой изменяется от v до $-v$." Найти вместо этого уравнения "... уравнение, справедливое для системы R, в рамках специальной теории относительности невозможно, так как последняя справедлива лишь для систем отсчета, движущихся с постоянной скоростью" [27, с.40].

"Эйнштейн допускает существование парадокса, если он признает, что одной специальной теории относительности достаточно для анализа ситуаций, в которых нет истинного гравитационного поля" [13, с.211].

"... парадокс часов есть результат ошибочного применения специальной теории относительности, именно ее применения к случаю, когда следует использовать общую теорию" [18 с.346].

Следует явно отметить, что у парадокса близнецов есть весьма широко используемая *собственная* проблема. Считается, что для сравнивания возрастов путешествующий близнец *должен обязательно вернуться* к своему брату. Однако это очевидная ошибка. Для того чтобы сравнить часы C с часами A, совсем не обязательно к ним приближаться. Вполне достаточно сравнить показания часов C с показаниями других часов B, которые синхронизированы с часами A, но могут находиться от них на *любом* расстоянии. То же самое относится и к парадоксу близнецов. Чтобы сравнить их возраст после того, как один из них удалился на большое расстояние, вполне достаточно сравнить возраст путешественника с возрастом ровесника своего брата в конечной точке путешествия. Или же просто посмотреть в этой точке на календарь, *синхронный* со всеми календарями в этой ИСО, относительно которой совершено путешествие. Более того, совершенно оставлено без внимания обстоятельство, что с определённой точки зрения, в противоположность традиционным решениям парадокса, путешественник окажется *старше* своего брата, остававшегося неподвижным.

Рассмотрим несколько вариантов решения парадокса (перевод статей наш). Выбор статей для рассмотрения произведён буквально наугад, но при условии наличия в них хоть какого-то решения, а не распространённого простого описания парадокса. Названия глав совпадают с названиями рассматриваемых статей в переводе.

7.1 Еще одна заметка о парадоксе близнецов

В этой короткой заметке [2] автор, Eisenlohr H. использует вместо часов сердцебиения участников эксперимента, приняв их в состоянии покоя равными единице. Один из участников, астронавт удаляется от Земли со скоростью β на расстояние L, где мгновенно разворачивается и движется к Земле. На Земле, после возвращения астронавта мы просматриваем журналы двух участников и обнаруживаем в них следующие записи. В журнале астронавта указано, что за время полёта, равное T', им отправлено на Землю $R'_{emitted} = 1 \times T' = T'$ импульсов его сердца. При этом им было получено с Земли, от второго участника количество импульсов его сердца, равное R'.

В период удаления от Земли, равный T'/2, для астронавта частота сердцебиений землянина была пониженной:

$$p' = (1-\beta)/(1-\beta^2)^{1/2} < 1,$$

а на обратном пути – повышенной:

$$q' = (1+\beta)/(1-\beta^2)^{1/2} > 1 .$$

Следовательно, за весь период путешествия астронавт получил с Земли количество импульсов:

$$R' = (T'/2)(p'+q') = \frac{T'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (7.1)$$

Не откладывая на потом, заметим, что пояснений к уравнениям для p' и q' автор заметки не приводит. Однако по виду уравнений догадываемся, что используются уравнения для релятивистского эффекта Доплера:

$$\omega_0 = \omega \frac{1+v}{\sqrt{1-v^2}}$$

где принято, что скорость света равна единице, v – относительная скорость приёмника и источника. Если источник и приемник сближаются, то скорость имеет знак "плюс". Если удаляются друг от друга, то скорость имеет знак "минус". Таким образом, на этом этапе выкладки вполне корректны.

Далее в журнале земного близнеца находим схожие записи: количество отправленных астронавту импульсов равно $R_{emitted} = 1 \times T = T$. С точки зрения землянина, частота поступающих импульсов от астронавта также меняется согласно эффекту Доплера. При удалении астронавта частота импульсов понижена:

$$p = p' = (1-\beta)/(1-\beta^2)^{1/2}$$

а на обратном пути – повышена:

$$q = q' = (1+\beta)/(1-\beta^2)^{1/2}$$

Но вот что интересно. "Половина" пути для земного близнеца в заметке оказывается смещённой. Импульсы повышенной частоты начинают поступать на Землю не ровно через половину времени в пути, а на величину времени, необходимого на приход сигнала из самой дальней точки траектории:

"Импульс, испускаемый в точке поворота, требует времени τ=L/c=(T/2)β, чтобы пройти расстояние L и достичь Земли".

То есть, импульсы пониженной частоты приходят на Землю более длительное время, чем импульсы повышенной частоты. Исходя из этого, суммарное количество импульсов, полученных землянином равно:

$$R = p[(T/2)+\tau] + q[(T/2)-\tau] = T\sqrt{1-\beta^2} \quad (7.2)$$

Теперь из простого сравнения полученных величин, находим, что землянин испустил T импульсов, а получил R импульсов, а астронавт, соответственно, испустил T' импульсов, а получил R' импульсов. Из чего делается вывод:

"Следовательно, оба близнеца приходят к одному и тому же выводу: во время путешествия сердце космонавта билось меньше в $(1-\beta^2)^{1/2}$ раза, чем сердце его брата. Кстати, формула для замедления времени получается, если положить R = T' или R' = T..."

Действительно, на первый взгляд всё строго сходится:

$$R' = \frac{T'}{\sqrt{1-\beta^2}} > T'$$

$$R = T\sqrt{1-\beta^2} < T$$

Однако обратим внимание на последнюю фразу в цитате "если положить...". Воспользуемся указанным предположением, но в инверсном виде. Подставим в уравнение одно из этих соотношений:

$$R' = \frac{R}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Сразу же возникает вопрос, в чём смысл этого нового, явно странного равенства? Обратимся к значениям этих же величин, полученных ранее, рассматривая их не как время, а как количества импульсов. Астронавт, как указано, испустил T' импульсов, следовательно, землянин все их должен был получить. То есть, согласно сравнению величин, мы должны сделать несколько изменённую запись. Согласно исходным условиям задачи астронавт отправил на Землю R' = 1×T' = T' импульсов своего сердца. Именно их и получил землянин, то есть, согласно уравнению (7.1):

$$R'_{\text{received}} = \frac{T'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{T' = 1\times T' = R'_{\text{emitted}}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Здесь к величинам, обозначающим количества импульсов, мы добавили нижние индексы, поясняющие направление передачи, получателя и отправителя. Буквально полученное уравнение означает, что астронавт отправил на Землю R' импульсов, а землянин получил R импульсов:

$$R'_{\text{received}} = \frac{R'_{\text{emitted}}}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (7.3)$$

Ситуация противоречивая, невозможная: отправлено импульсов меньше, чем получено. Действительно, рассматривать ситуацию, когда получено импульсов больше, чем отправлено, не имеет никакого смысла. Как легко заметить, совпадут эти два количества только в единственном случае, когда астронавт никуда не улетал:

$$\sqrt{1-\beta^2} = \frac{R'_{\text{emitted}}}{R'_{\text{received}}} = 1 \quad \Rightarrow \quad \beta = 0$$

Обнаруженное противоречие не надуманное, а является следствием весьма завуалированной подмены понятий, которая произошла, очевидно, вследствие приравнивания частот сердцебиений единице. Проделаем повторно преобразования, отказавшись от этого приравнивания $\nu_0 = \nu_0' = 1$. Тогда астронавт за время полёта, равное T', отправил на Землю $R'_{\text{emitted}} = \nu_0' T'$ импульсов своего сердца, где индекс emitted мы добавили выше как для уточнения отправителя, так и во избежание одинаковых обозначений, поскольку R' обозначает количество импульсов, полученных землянином. Приняв $\nu_0' = 1$, мы, разумеется, получим тот же результат, что и ранее. Но при отличии частот сердцебиений от единицы результат уже несколько иной. В период удаления от Земли, равный T'/2, для астронавта частота сердцебиений землянина была пониженной:

$$p' = \nu_0 (1-\beta)/(1-\beta^2)^{1/2},$$

а на обратном пути – повышенной:

$$q' = \nu_0(1+\beta)/(1-\beta^2)^{1/2}.$$

Следовательно, за весь период путешествия астронавт получил с Земли количество импульсов вместо (7.1):

$$R' = (T'/2)(p'+q') = \frac{\nu_0 T'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (7.4)$$

Соответственно, и для землянина при удалении астронавта частота импульсов понижена:

$$p' \neq p = \nu_0'(1-\beta)/(1-\beta^2)^{1/2}$$

а на обратном пути – повышена:

$$q' \neq q = \nu_0'(1+\beta)/(1-\beta^2)^{1/2}$$

То есть, в общем случае частоты получаемых сигналов сердцебиений не равны для участников. С учётом времени получения последнего сигнала до разворота, суммарное количество импульсов, полученных землянином вместо (7.2) равно:

$$R = \nu_0' T\sqrt{1-\beta^2} \quad (7.5)$$

Вот теперь мы можем принять некоторые конкретные, условные значения величин и описать их физический смысл. Пусть $\nu_0 = \nu_0' = \nu_{60} \approx 60$ ударов в минуту. Тогда уравнения (7.4) и (7.5) можно записать в расшифрованном виде. С Земли астронавт получил следующее количество импульсов:

$$R'_{\text{received}} = \frac{\nu_{60} T'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (7.6)$$

Соответственно, землянин получил от астронавта импульсы в количестве:

$$R_{\text{received}} = \nu_{60} T\sqrt{1-\beta^2} \quad (7.7)$$

Обращаем внимание, что произведения ν_{60}T' и ν_{60}T не просто *количественно* равны, соответственно, отправленным импульсам с Земли $R'_{\text{emitted}} = \nu_{60}T'$ и от астронавта $R_{\text{emitted}} = \nu_{60}T$, это и есть эти величины, которые ранее были обозначены как R' и R. Отметим, что штрихи в уравнениях (7.6) и (7.7) и других вносят некоторую двусмысленность, которую мы снимаем окончательно нижними индексами, точно указывая получателя-отправителя:

$$R'_{\text{received}} = \frac{v_{60}T'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{R'_{\text{emitted}}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$R_{\text{received}} = v_{60}T\sqrt{1-\beta^2} = R_{\text{emitted}}\sqrt{1-\beta^2}$$

Мы пришли к выражениям, подобным выражению (7.3), и выявили источник подмены понятий. Рассматривать ситуацию, когда получено импульсов меньше, чем отправлено, не имеет никакого смысла. Таким образом, хотя метод решения парадокса, описанный в заметке, оригинален, но решить парадокс близнецов как таковой он не позволил.

7.2 Парадокс близнецов и принцип относительности

Отметим, что традиционное замечание о возможности решения парадокса в специальной теории относительности приводится в самом начале, во введении к рассматриваемой статье, автор Ø.Grøn:

"Можно сразу избавиться от парадокса близнецов, заметив, что для того, чтобы встретиться, отойти и встретиться снова, по крайней мере, один из близнецов должен ускориться. А в рамках специальной теории относительности принцип относительности не действует для ускоренного движения. Ускорение абсолютно. Следовательно, по крайней мере, один из близнецов не может считать себя в состоянии покоя. Близнец с наибольшей средней скоростью между событиями P1 и P2 будет моложе, когда близнецы встречаются в P2" [4, с.1].

Однако далее автор всё-таки использует парадокс близнецов, как он указал, в качестве "педагогического входа в общую теорию относительности". При этом он ссылается на Эйнштейна, который указал на необходимость расширения постулата относительности на любые виды движения, а не только инерциальные. Исходя из этого, теперь уже "оба близнеца имеют право считать себя в состоянии покоя". В качестве примера автор рассматривает обычную версию парадокса с полётом близнеца к ближайшей звезде Альфа-Проксима. Звезда находится в 4-х световых годах от Земли. Скорость полёта туда и обратно равна $v = 0.8c$. Автор вычисляет с точки зрения Земли возраст близнеца А, остававшегося на Земле, и возраст близнеца-путешественника В в момент его возвращения, которые равны:

$$t_A\ A = 2L_0 / v = 10\ \ years \quad (1)$$

$$t_A\ B = \sqrt{1 - v^2 / c^2}\ \ t_A\ A = 6\ \ years \quad (2)$$

Затем, используя принцип относительности, он делает такие же расчёты, считая теперь находящимся в покое близнеца В, а движущимся – близнеца А. Поскольку теперь движущимися являются Земля и звезда, то этот интервал близнецу В виден *сократившимся* [4, с.3]:

$$L = L_0\sqrt{1 - v^2 / c^2} = 2{,}4\ \ light\ \ years \quad (3)$$

Следовательно, с его точки зрения он провёл в пути [4, с.4]:

$$t_B\ B = 2L / v = 6\ \ years \quad (4)$$

Таким образом, предсказания обоих близнецов относительно возраста близнеца В совпали:

$$t_B\ B = t_A\ B \quad (5)$$

Но вот в отношении возраста близнеца А их предсказания разнятся. По мнению близнеца В его брат состарится меньше [4, с.4]:

$$\begin{aligned} t_B\ A_{OUT-IN} &= \sqrt{1 - v^2 / c^2}\ \ t_B\ B = \sqrt{1 - v^2 / c^2}\,\frac{2\sqrt{1 - v^2 / c^2}\,L_0}{v} = \\ &= \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\frac{2L_0}{v} = 3{,}6\ \ years \end{aligned} \quad (6)$$

Однако это вычисление вызывает некоторое недоумение. Автор выше отметил, что близнец В "видит" трассу Земля-звезда укороченной, поскольку эта трасса является *движущимся* стержнем в его системе отсчёта. Следовательно, близнецу В определённо известно, что в собственной системе покоя её длина больше, чем вычисленная по уравнению (3):

$$L_A = \frac{L_B}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = \frac{L_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = \frac{L\sqrt{1 - v^2 / c^2}}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = 10 \ light \ years$$

Поэтому близнец В должен определить время старения А как время, за которое он, близнец В с точки зрения А совершит своё путешествие:

$$t_B \ A = \frac{t_B \ B}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = 10 \ \ years$$

В этом случае предсказания двух близнецов совпали бы и в отношении старения близнеца А, что означает строго корректное решение парадокса близнецов в рамках специальной теории относительности. На этом дальнейшие выкладки мы могли бы опустить, поскольку нас как раз и интересовал способ решения парадокса в рамках СТО. Однако это решение автор отклонил, обосновав это в выводах тем, что в рассмотренной ситуации:

"... ускоренный близнец не имеет права говорить, что он находится в покое, потому что гравитационное поле, которое он испытывает, не имеет источника. Это специальное гравитационное поле вводится в описание, когда мы говорим, что близнец А находится в покое, а В путешествует" [4, с.12].

Это довольно странно, поскольку выше он указал, что трасса Земля-Звезда близнецу В видна сократившейся, а это является прямым следствием преобразований Лоренца, если считать близнеца В неподвижным. Тем не менее, вывод сделан и он совпадает с традиционным мнением, что СТО неприменима из ускоренных систем отсчёта, поэтому в ней парадокс не имеет решения и даже не может быть корректно сформулирован. Дальнейшие выкладки автор приводит уже без использования формализма специальной теории относительности.

7.3 Парадокс близнецов и принцип Маха

Авторы статьи H.Lichtenegger и L.Iorio рассматривают различные варианты парадокса близнецов. Но мы обратимся только к разделу работы, рассматривающему парадокс в формулировке, близкой к традиционной. В этом варианте близнец-путешественник не возвращается в исходную точку, а сравнение его возраста в конечной точке пути производится с возрастом третьего участника в неподвижной системе отсчёта. Такой вариант правильнее назвать парадоксом трёх часов или парадоксом ровесников. Сами авторы назвали этот вариант "модифицированной версией стандартного парадокса близнецов".

Основным достоинством этого варианта является то, что в процессе движения не используются ускорения, и применение формализма общей теории относительности здесь не требуется. Вариант не имеет принципиальных отличий от традиционного, поскольку возрасты двух близнецов или показания часов рядом с ними, находящихся в неподвижной системе отсчёта всегда тождественны. Поэтому сравнивать возраст путешественника можно с любыми часами в этой неподвижной системе отсчёта.

В работе учитываются текущие показания часов, то есть, в начальный момент движения они не обнулены. Следствием этого стали довольно длинные уравнения и замысловатые обозначения переменных, изобилующие "крышками" – короткой горизонтальной чертой над переменной, эквивалентами обычных штрихов. Рассматривая выкладки, мы сделаем два изменения: вместо "крышек" будем ставить традиционный штрих – неподвижные участники A и B, а путешественник – A'. Показания всех часов в начальный момент движения примем равными нулю. Уравнения станут заметно короче, но, хотя это будут, по сути, другие уравнения, мы будем давать им прежние, авторские номера.

Итак, в работе рассмотрены два состояния участников: в начальный момент времени и после перемещения в неподвижной системе K. Скорость перемещения путешествующих часов A' и их наблюдателя в конечную точку равна V. Расстояние перемещения из положения A в положение B равно $\Delta x = AB$. В конечной точке наблюдатель A', находящийся в движущейся ИСО K', встречается с третьим участником B. По часам неподвижных наблюдателей A и B от начала движения и до этой встречи прошёл интервал времени [6, с.3]:

$$t_B = t_A = \frac{\Delta x}{V} \qquad (1)$$

Наблюдатель A' движется инерциально относительно K, поэтому с точки зрения этой ИСО и наблюдателей A и B часы A' покажут время:

$$t_{A'} = t_A\sqrt{1 - V^2/c^2} = \frac{\Delta x}{\gamma V} \qquad (2)$$

Следовательно, разница в показаниях часов B и A' при их встрече в ИСО K равна:

$$t_B - t_{A'} = \frac{\Delta x}{V}\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) > 0 \quad \Rightarrow \quad t_B > t_{A'} \quad (3)$$

С другой стороны, с точки зрения часов A' и наблюдателей в ИСО K' движущейся является ИСО K и находящиеся в ней часы A и B. Однако наблюдатели в K' видят, что интервал Δx испытал лоренцево сокращение, стал короче, поскольку движется со скоростью V относительно ИСО K'. Следовательно, с точки зрения A' и K' время в пути составило:

$$t'_{A'} = \frac{\Delta x}{\gamma V} \qquad (4)$$

Здесь мы должны заметить, что в отличие от парадокса с ускоренным движением при развороте, в данном случае наблюдатель в движущейся ИСО K' имеет полное право считать себя неподвижным. В этом случае для наблюдателя A' часы, находящиеся в ИСО K теперь уже не синхронизированы, с его точки зрения, вследствие движения, они показывают разное время. В соответствии с преобразованиями Лоренца он считает, что часы B опережают часы A с коэффициентом $\Delta xV/c^2$, причём, как мы установили для начального момента, $t'_A = 0$, т.е.:

$$t'_B = t'_A + \frac{\Delta xV}{c^2} = \frac{\Delta xV}{c^2} \qquad (5)$$

Действительно, уравнение преобразований Лоренца для времени имеет вид:

$$t' = \frac{t + xV/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Правое слагаемое в числителе и есть это опережение (5) двух движущихся часов, разделённых интервалом x. По той же причине движения часов A и B относительно ИСО K', интервал времени движения, отображаемый часами B, с точки зрения K' на этом интервале движения от A к B (4) сокращается, уменьшается относительно $t_A = t_B$ с коэффициентом γ^{-1}, то есть время t'_B, увиденное в K' на часах B при встрече с A', равно сумме сократившегося интервала (4) и опережения (5) часов B над часами A:

$$t'_B = \frac{\Delta x}{\gamma^2 V} + \frac{\Delta x V}{c^2} = \frac{\Delta x}{V}\left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{V^2}{c^2}\right) = \frac{\Delta x}{V}\left(\frac{1}{\gamma^2} + 1 - 1 + \frac{V^2}{c^2}\right) = \frac{\Delta x}{V}\left(\frac{1}{\gamma^2} + 1 - \frac{1}{\gamma^2}\right) = \frac{\Delta x}{V} \qquad (6)$$

Таким образом, часы A' с точки зрения ИСО K' с показаниями (6) отстают от часов B с показаниями (4) на время:

$$t'_B - t'_{A'} = \frac{\Delta x}{V} - \frac{\Delta x}{\gamma V} = \frac{\Delta x}{V}\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \qquad (7)$$

Часы A' находятся в состоянии покоя в ИСО K' и показывают меньший интервал времени между показаниями, полученными при последовательном, поочерёдном сравнении с парой часов A и B, синхронизированных в ИСО K. Таким образом, сравнение пар уравнений (2) с (4) и (1) с (6) показывает, что оба наблюдателя – A и B в ИСО K и наблюдатель A' в ИСО K' приходят к согласию о показаниях часов при одновременной проверке их в одном и том же месте. Иначе говоря, в рассмотренном варианте парадокса близнецов в формализме специальной теории относительности нет никакого парадокса и моложе при встрече оказался путешественник A'.

7.4 Парадокс близнецов

Рассматриваемый парадокс близнецов описан в одной из глав данного учебника, которые автор D.M.Witman предлагает как курс теории относительности для неспециалистов. Парадокс рассматривается в традиционном виде, а в качестве близнецов выступают ставшие традиционными участниками в квантовой физике близнецы, ровесники Алиса и Боб. Алиса улетает на ракете в путешествие по галактике. В процессе путешествия близнецы ежегодно посылают друг другу радиосигналы с приглашениями на свои дни рождения.

В общем, представленная картина традиционна: по возвращению Алиса оказывается моложе Боба. При этом отмечено, что парадокс возникает, если применяются правила для инерциального движения к явно неинерциальному движению Алисы [14, с.117]. В этом отношении представляет особый интерес напоминание о том, что Алиса не может рассматривать движение Боба как ускоренное, поскольку у неё есть объективные тесты для определения собственного ускоренного движения. Из этого делается и традиционный вывод, что из-за релятивистского замедления времени в инерциальной системе отсчёта Боба действительно моложе именно Алиса.

Словесное решение парадокса сопровождается диаграммами Минковского и не содержит уравнений. Большое внимание уделено тому, что наблюдает путешествующая Алиса, что сопровождается множеством рисунков, правда, довольно абстрактных: круги – планеты и космолёты, на фоне которых изображены годы их текущего времени.

Следует с сожалением отметить, что такая художественная иллюстрация довольно слабо улучшила понимание, аргументацию. Например, планеты с одинаковыми датами на их фоне ничего, по существу, не добавили к тексту в подписи к рисунку 10.3:

"На мгновение остановившись на развороте, Алиса обнаруживает, что все часы планет снова синхронизированы по значению часов локальной планеты. Она прочитали на них четыре года с начала ее путешествия, несмотря на то, что прошло всего два года по ее собственным часов" [14, с.120].

Поясняется, что в этот момент Алиса ненадолго перешла в систему покоя планет. Это устранило релятивистское искажение времени, и Алиса оказалась в том же 2529 году, что и на этих планетах, несмотря на то, что была в пути только 2 года, начав его в 2025 году:

"Алиса уже моложе Боба, и обратный путь лишь увеличит эффект вдвое, повторяя процесс. Ключевым действием была смена системы отсчёта, также известная как ускорение. Ускорение фактически не повлияло ни на какие часы планеты, но оно изменило набор отдаленных событий, которые Алиса считает одновременными событию здесь и сейчас" [14, с.120].

Задаётся, можно сказать, риторический вопрос:

"Кажется, что-то волшебное произошло во время ускорений Алисы. Как, например, часы планет могли внезапно стать синхронизированными, когда она замедлилась при повороте?" [14, с.120].

Однако последующий ответ на него, рассуждения о перекосах сетки пространства-времени и о "перемотке времени" через часть жизни Боба, довольно туманны и плохо раскрывают суть возникших преобразований. Интересно замечание, что величина ускорения сама по себе не влияет на изменение возраста Алисы, не вызывает замедления её старения по сравнению с Бобом. На этом, собственно, конструктивное описание парадокса завершено. В качестве корректного научного решения парадокса близнецов принять его сложно.

7.5 Новый взгляд на парадокс близнецов

Данную работу И.В.Бузмакова мы рассматриваем критически, несмотря на то, что в интернете, на форуме она уже была подвергнута весьма серьёзной, даже разгромной критике. Мы не будем сравнивать, совпала наша критика с критикой на форуме или нет, а просто укажем на некоторые ошибки в этой работе. Как заявил автор:

"Доказана невозможность объяснения парадокса в рамках теории относительности при движении одного из близнецов по такой траектории" [19].

Доказательство представлено с помощью схемы движения рис.1 в статье. Рассмотрены двое часов U_1, находящиеся в неподвижной системе отсчёта K в точке A, и часы U_2, в системе отсчёта K', движущиеся по замкнутой траектории, состоящей из двух прямолинейных, инерциальных участков, и участка разворота по дуге окружности радиуса r.

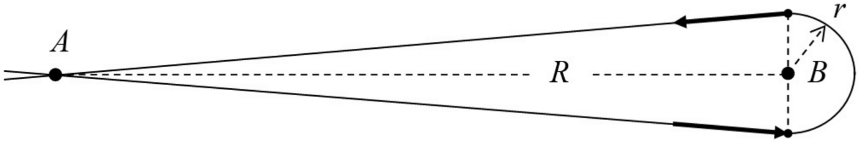


Рис.1. Разворот часов U_2 в точке B по окружности.

Отметим, что схема содержит неинерциальный отрезок пути, поэтому в доказательстве рассматривается эффект падения часов U_1 в эквивалентном гравитационном поле. При этом утверждается, что в отличие от известных доказательств используются не приближенные, а точные формулы теории относительности, что, по мнению автора, позволило получить такие же абсолютно точные соотношения.

Тем не менее, некоторые допущения всё-таки довольно условны. Заявлено, что при развороте часы U_2 не тормозят, а продолжают лететь с той же скоростью V, но по дуге радиуса r вокруг точки B, что, как считается, вроде бы исключает скачкообразное изменение направления скорости часов U_2 в точках начала и конца разворота. Однако такой разворот с изменением скорости на противоположную назвать плавным можно весьма условно, поскольку радиус дуги довольно мал. Тем не менее, это допущение можно принять как вполне безобидное. Но вот следующее рассуждение выглядит весьма двусмысленно:

"Так как наблюдаемое из K изменение показаний часов U_2, произошедшее при их развороте, имеет некоторую конечную величину, и так как часы U_2 при движении вдоль отрезка AB идут медленнее часов U_1, то при достаточно большой длине отрезка AB часы U_2 по возвращении в точку A должны отставать от часов U_1 на некоторое время Δt_1" [19].

В действительности всё то же самое можно сказать и о наблюдениях из системы K', если учесть, что эта система отсчёта некоторое время является неинерциальной, и часы U_1 с её точки зрения на этом этапе идут *ускоренно*, быстрее часов

U_2. В результате, согласно приведённой ссылке, отстающими оказываются часы U_2 и парадокс снимается сразу же.

Далее мы изменим порядок рассмотрения ситуации с точек зрения каждой системы отсчёта. Сначала традиционно рассмотрим ситуацию, как она описана в статье, с точки зрения изначально неподвижной системы K.

"В системе отсчета K часы U_2 все время двигаются со скоростью V. Учитывая, что согласно специальной теории относительности с точки зрения часов U_1 часы U_2 идут медленнее в γ раз ..., получаем, что время ΔT_{U2}, затраченное часами U_2 на путешествие, должно быть равно:

$$\Delta T_{U2} = \Delta T_A/\gamma \quad (7)$$

Автор использует величину лоренц-фактора $\gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2} > 1$. Однако, замечаем, ΔT_{U2} содержит также и неинерциальную составляющую – время разворота по часам U_2. На этом интервале движения медленнее часы идут согласно общей теории относительности, поэтому лоренцев коэффициент в этом случае неприменим.

Теперь рассмотрим эту же картину с точки зрения движущейся системы отсчёта K' с часами U_2. Автор указывает, что

"Учитывая, что согласно специальной теории относительности на участках равномерного и прямолинейного движения с точки зрения часов U_2 движущиеся часы U_1 идут медленнее в γ раз ..., имеем:

$$\Delta\tau'_{U2} = \gamma\cdot\Delta\tau'_A \quad (3)$$

Здесь допущена распространённая ошибка. Дело в том, что в этом уравнении время $\Delta\tau'_A$ – это не суммарное время $\Delta\tau'_A$, прошедшее по часам U_1 на участках равномерного и прямолинейного движения, входящее в уравнение (2):

$$\Delta T'_A = \Delta\tau'_A + \Delta t'_A \quad (2)$$

Для их различения уравнение (3) следует записать иначе:

$$\Delta\tau'_{U2} = \gamma\cdot\Delta\tau''_A \quad (3а)$$

Если же использовать авторское значение $\Delta\tau'_A$, то уравнение (3) должно иметь инверсный вид:

$$\Delta\tau'_{U2} = \Delta\tau'_A/\gamma \quad (3б)$$

Связано это с тем, что длина отрезка AB имеет разную величину с точки зрения систем отсчёта K и K'. Действительно, с точки зрения движущейся системы K' этот отрезок движется ей навстречу, поэтому испытывает лоренцево сокращение. Время на прохождение со скоростью V часами U_2 этого интервала с точки зрения часов U_1 равно:

$$\Delta\tau_A = \frac{AB_{U1}}{V}$$

Соответственно, время на прохождение со скоростью V часами U_1 этого интервала с точки зрения часов U_2 равно:

$$\Delta\tau_{U2} = \frac{AB_{U2}}{V} = \frac{AB_{U1}\sqrt{1-V^2/c^2}}{V}$$

Сравнивая эти времена, находим

$$\frac{\Delta\tau_A}{\Delta\tau_{U2}} = \frac{AB_{U1}}{V} \times \frac{V}{AB_{U1}\sqrt{1-V^2/c^2}} = \gamma \quad \rightarrow \quad \Delta\tau_{U2} = \Delta\tau_A/\gamma \,,$$

что отличается от уравнения (3) и совпадает с уравнением (3б). По этой же причине следует изменить и соотношение времени на разворот. Если использовать некорректное, лоренцево сокращение интервалов времени на неинерциальном участке и исправленное уравнение (3б), то в этом случае уравнение (5) примет следующий вид:

$$\Delta T'_{U2} = \Delta\tau'_A/\gamma + \Delta t'_A/\gamma \quad (5)$$

Воспользовавшись сформулированным в статье правом, приравниваем исправленное уравнение (5) и уравнение (8), получив в результате тождество:

$$\Delta\tau'_A/\gamma + \Delta t'_A/\gamma = \Delta\tau'_A/\gamma + \Delta t'_A/\gamma$$

Получается, что вывод автора о приходе к противоречию специальной теории относительности с ее основным постулатом ошибочен. Заявление автора о том, что все полученные им соотношения абсолютно точны, поскольку в представленных расчетах он не использовал никаких приближений, также неверно. Кроме того, рассуждения в статье содержат явную *геометрическую* ошибку:

"На участке разворота система K' является вращающейся системой отсчета с центром в точке B, поэтому в ней существует гравитационное поле, в котором часы U_2 неподвижны, а часы U_1, вращаются с угловой скоростью ω вокруг неподвижной точки B, где находятся точно такие же часы U_B" [19].

Это утверждение геометрически некорректно, ошибочно. Очевидно, что часы U_1 не могут вращаться вокруг точки В по радиусу r, поскольку они попросту находятся дальше от этой точки. Можно было бы предположить, что по этому радиусу r вокруг часов U_2 вращаются синхронные с U_1 часы U_B, находящиеся в центре вращения В. Однако и это неверно, что легко показать вычислениями. Движение часов U_2 вокруг часов U_B напоминает движение автомобиля по кольцу. Центр кольца всегда неподвижен относительно автомобиля. Таким же образом часы U_2 всегда движутся "лицом вдоль траектории", поэтому часы U_B по отношению к ним на рисунке всегда слева. Следовательно, и падают в эквивалентном гравитационном поле вращающихся часов U_2 именно неподвижные часы U_B.

Таким образом, вывод о том, что рассмотренный мысленный эксперимент не может быть непротиворечиво описан в рамках теории относительности является ошибочным.

7.6 Парадокс часов

Парадокс в книге Л.Мардера рассматривается в наиболее полном, сложном варианте, в котором движение путешественника разбивается на 5 этапов. Отмечается, что с точки зрения неподвижного, земного участника три участка ускоренного движения занимают непродолжительное время по сравнению с участками инерциального движения [2424, с.83]. Считая, в общем, что продолжительность инерциального движения с обеих точек зрения существенно превышает продолжительность времени ускорения, разворота и торможения, которым можно пренебречь, делается очевидный вывод: время в пути по часам путешественника меньше времени по часам земного наблюдателя.

Пренебрегая временем неинерциального движения, мы приходим к традиционной формулировке парадокса близнецов. На участках инерциального движения теперь уже можно неподвижным рассматривать путешественника, вследствие чего, меньшее время должны показать часы на Земле.

Решение парадокса производится на диаграмме Минковского. Отмечается, что критерии одновременности на двух участках инерциального движения в системе отсчёта путешественника не одинаковы. Далее утверждается, что при наблюдении путешественником Земли не будет никаких разрывов, и земные часы не будут "идти в бешеном темпе". Однако последующее пояснение имеет довольно туманный смысл:

"Быстрое изменение происходит лишь с критерием одновременности, но это не играет физической роли, так как понятие одновременности на расстоянии – дело условное. И все же это понятие прекрасно срабатывает, когда требуется рассчитать абсолютный результат вроде различия времени путешествия часов, сначала разлетающихся друг от друга, а затем вновь встречающихся" [24, с.86].

Далее приводятся достаточно детальные ссылки на взгляды разных авторов на парадокс. В заключение сторонникам мнения, что периоды ускоренного движения путешественника "могут быть последовательно рассмотрены лишь в общей теории относительности" [24, с.87] противопоставляется мнение, что "общая теория относительности мало что добавляет к истолкованию парадокса часов, если нет реальных гравитационных полей, хотя в фокусе всех споров находится именно такой случай" [24, с.202].

Собственно решение парадокса близнецов в рамках специальной теории относительности этим и ограничивается. Назвать его исчерпывающим и убедительным мы не можем.

7.7 Сказка о двух близнецах

В этой работе автор L.Benguigui отмечает, что по парадоксу близнецов в специальной теории относительности: "Похоже, что во многих статьях есть ошибки" [2, с.3] и указывает, что он рассматривает, даёт общий обзор только тех решений, которые, как утверждается, находятся в рамках специальной теории относительности [1, с.25]. В частности автор схематично рассмотрел несколько вариантов применения преобразований Лоренца в контексте парадокса близнецов и получил специфические выводы. Поскольку обозначения переменных в цитатах общепринятые, их расшифровку мы не приводим. Рассматривая продолжительность некоторого процесса в двух относительно движущихся ИСО, автор приходит к классической, наивной формулировке парадокса близнецов:

"Можно считать, что τ – это истекшее время пути для каждого близнеца в его собственной системе (земле или ракете), и каждый из них измеряет время $\gamma\tau$ для другого. Вопрос в том, какие времена измеряются в обеих системах, когда они снова встречаются?" [1, с.5].

Наивность заключается в том, что происходит отождествление времён, на самом деле *качественно* не связанных друг с другом, фактически это времена, относящиеся к двум парам *разных* событий. Правильнее говорить, что один близнец измеряет времена τ и $\gamma\tau$, а другой – t и γt. Именно такое отождествление и лежит в основе традиционной формулировки парадокса. Точно такое же отождествление автор производит и для расстояний:

"Третий случай интересен для расследования ... Какова связь между двумя расстояниями L и L'? Поскольку существует полная симметрия между двумя точками зрения в S и в S', времена, измеренные в S и S', должны быть равны. Это приводит к тому, что $L = L'$ и, в частности, нет "сокращения длины" [1, с.6].

Здесь происходит отождествление теперь уже двух пар расстояний, обозначим их как L_1 и L'_1 и L_2 и L'_2. Каждая пара расстояний относится к одной из рассмотренных систем отсчёта и *качественно* они не эквивалентны, поскольку L_1 и L_2 – это собственные длины в своих ИСО, это два *разных* отрезка, два *разных* стержня. Возникает вопрос: это мнение автора или он приводит мнение других исследователей, с которым он не согласен? Пояснений в статье мы не увидели.

Далее в своём анализе автор демонстрирует возможность применения формализма СТО к ускоренно движущимся системам отсчёта. Для этого интервал движения такой системы разбивается на последовательность *инерциальных* систем отсчета, имеющих также название мгновенно сопутствующая инерциальная система отсчёта – МСИСО. Эти ИСО можно рассматривать как последовательные интервалы исходной *неинерциальной* системы отсчета. Для такой неинерциальной системы отсчёта собственное время определяется интегрированием коэффициента Лоренца с переменной скоростью:

$$D\tau = \int_{t1}^{t2} \sqrt{1 - V(t)^2 / c^2}\, dt \qquad (5)$$

Это уравнение позволяет вычислить показания часов, движущихся с переменной скоростью, и показывает, что формализм СТО применим к ускоренно движущимся системам отсчёта с точки зрения обычной инерциальной системы. В качестве примера рассматриваются две ИСО S и S', движущиеся навстречу, причём перед самой встречей ИСО S' изменяет свою относительную скорость до нуля, то есть, останавливается в ИСО S. Эта ситуация описывается уравнением:

$$t_1' = \int_{0}^{t1} \sqrt{1 - V(t)^2 / c^2}\, dt = t_0 \sqrt{1 - V^2 / c^2} + \int_{t0}^{t1} \sqrt{1 - f(t)^2 / c^2}\, dt \qquad (6)$$

Принимается, что часы двух систем обнулены на момент начала движения. Интеграл после первого знака равенства – это общее время движения ИСО S' с точки зрения неподвижной системы S. Первое слагаемое справа – время инерциального движения S' с точки зрения S, второе слагаемое – время, в течение которого движущаяся система S' замедлилась до остановки. Как утверждается, интеграл правой части (6) меньше, чем ($t_1 – t_0$), следовательно, $t'_1 < t_1$ и при их встрече часы S' покажут меньшее время, чем часы S. При мгновенной остановке $t_0 = t_1$, и интеграл в правой части (6) обращается в ноль. Поэтому $t'_1 = t_1/\gamma$, что является традиционным решением парадокса при мгновенном развороте путешественника.

Описывается также и ещё один корректный вариант решения. Если дистанция между ИСО "привязана" к системе S', то возникает противоположное решение парадокса: $t'_1 > t_1$. Иначе говоря, в этом случае путешественник оказывается *старше* близнеца, остававшегося неподвижным [1, с.7]. Также корректно рассмотрен последний вариант, когда обе ИСО движутся встречно с одинаковой скоростью относительно третьей, неподвижной системы отсчёта. В этом случае при встрече показания их часов будут тождественными. Отметим небольшую неточность в выкладках. При объяснении взглядов Ланжевена на парадокс близнецов автор приводит схему движения, рис.1 в статье, и поясняет:

"Штриховые линии BK и BL – это мировые линии световых сигналов, посылаемых путешественником. Сигнал BK – это последний сигнал, отправленный непосредственно перед его обратным ходом, а BL – первый сигнал, который он отправил сразу после начала своего обратного хода" [1, с.10].

Как видно на рисунке, при такой трактовке световой сигнал BK должен двигаться в прошлое. Далее делается традиционное замечание по парадоксу с ускорением:

"Поскольку система отсчета путешественника ускоряется относительно системы отсчета Земли, она не является инерциальной. Тем не менее, решение проблемы в ИСО Земли может быть достигнуто с помощью специальной теории относительности, но решение в ИСО путешественника с помощью общей теории относительности даст больше понимания" [1, с.12].

Другими словами, землянин может использовать формализм СТО, а путешественнику следует обратиться к ОТО. Рассмотрен также и вариант с тремя системами отсчёта, названный в статье решением без ускорения. От Земли близнец удаляется инерциально в одной системе, а в точке обычного разворота просто *перескакивает* в такую же ИСО, но движущуюся к Земле. При этом показания своих часов (возраст) он сохраняет неизменными. Этот вариант, следует заметить, отличается от своего традиционного аналога трёх ИСО, в котором никто не перескакивает, просто возвратно движущиеся часы устанавливаются в показания только что прибывших с Земли. При перескакивании близнец испытывает ускорение. Поэтому следует признать ошибочным утверждение автора статьи, что этот сценарий не использует ускорения, следовательно, совместим со специальной теорией относительности. Это неверно, поскольку ускорение просто завуалировано и соответствует мгновенному развороту.

Вместе с тем, следует признать ошибочным и другое утверждение, отрицающее указанное утверждение о совместимости в части величины ускорения. Это утверждение, высказанное при рассмотрении гравитационного решения Мёллера, что:

"... время в точке поворота, несмотря на то, что оно происходит на нулевом расстоянии, не равно нулю при измерении в системе отсчёта "остающегося дома"! Это приводит к тому, что общее время ΔT имеет разрыв в точке поворота. Это является причиной нарушения симметрии во временах двух близнецов. Меллер объясняет этот особенно удивительный результат тем, что в таком случае ($g \rightarrow \infty$) гравитационный потенциал бесконечен. Этот результат очень важен, потому что он показывает, что, даже если времена ускорения очень короткие, существует асимметричное старение. Очень часто утверждается, что, если времена ускорения очень малы, ускорение становится несущественным для проблемы, и это неверно" [1, с.17].

Вывод о ненулевом времени получен в результате некорректных аналитических выкладок (Мёллер и Leffert [5, с.518, ур.22]). Нулевое расстояние разворота ведёт к тождественно нулевому времени разворота. А при любом коэффициенте соотношения между временами в движущейся и покоящейся системах второе, относительное время также будет равно нулю. Это верно даже для поля гравитации Чёрной дыры: нулевые интервалы времени под горизонтом событий и над горизонтом – тождественны.

"... столь частый аргумент о том, что короткие времена ускорения делают их ненужными, является ложным. ... полные расчеты показывают, что разница в возрасте обусловлена двумя факторами: ускорением и замедлением времени" [1, с.27].

При *желании* расчёты могут показать любой *желаемый* результат. Хорошо известны решения, использующие мгновенный разворот путешественника, с *нулевым* временем ускорения. Это, конечно же, приводит к невозможному, бесконечно большому ускорению, однако в этом гипотетическом случае парадокс решается *строго* в рамках специальной теории относительности и *строго* в соответствии с другими корректными решениями, с более молодым путешественником в конце полёта. Формально в этом случае путешественник всё время двигался инерциально, без ускорения. В этой связи следует отметить интересное замечание автора:

"В неускоренной версии близнецы никогда не находятся в одной и той же системе отсчета, и, таким образом, нет ни поездки одного из них, ни возвращения на Землю" [1, с.23].

Этот вывод, по меньшей мере, является неоправданным упрощением. Неускоренную версию можно назвать традиционной, "жёсткой" версией парадокса близнецов. Действительно, речь идёт о соотношении показаний двух относительно движущихся часов, роль которых нередко исполняют близнецы. Близнецы заметно усложняют задачу, поскольку для них в неускоренной версии общей точкой является только место их рождения. Но для часов это не проблема. В пределах бесконечно протяжённой неподвижной ИСО существует любое число синхронизированных часов. Следовательно, в варианте трёх ИСО из исходной точки могут начать путешествие часы, синхронизированные с неподвижными. А в точке условного разворота обратно могут двигаться такие же часы, синхронизированные с прибывшими в эту точки путешествующими часами. В исходной точке сравниваются неподвижные часы и эти, возвращающиеся. Никаких ускорений в этом случае не требуется и вариант формально полностью эквивалентен "жёсткому" варианту парадокса. Действительно, для того чтобы узнать время на другом конце страны, нам не обязательно ускоряться и ехать туда, поскольку все часы синхронизированы.

Рассмотренный обзор решений в статье приводит к выводу, что в классической, "жёсткой" формулировке парадокс не имеет не только решения средствами специальной тории относительности, но он даже не может быть в ней сформулирован просто по определению инерциальной системы отсчёта.

Вместе с тем, хотя и с некоторой долей неуверенности, в расширенных и, по сути, эквивалентных формулировках парадокс близнецов в специальной теории относительности имеет непротиворечивое, корректное решение. Все разногласия и разночтения относятся к разным вариантам его формулировки.

7.8 О решении Эйнштейна парадокса пары часов

В данной работе автор C.S.Unnikrishnan критически анализирует решения Эйнштейна и делает вывод, что решение, использующее *гравитационное* замедление времени, "... страдает от логических и физических недостатков и дает неправильные ответы в общем контексте" [13, с.2009]. Буквально это можно трактовать, что решение парадокса близнецов не нуждается в использовании гравитационных полей. Анализ и выводы автор делает в отношении редко цитируемой работы Эйнштейна:

"Поскольку сам документ не очень известен, и поскольку расчет не часто обсуждается в контексте парадокса близнецов, я восстанавливаю его здесь. Вывод здесь более подробный, чем приблизительный расчет, упомянутый в некоторых обсуждениях, и, возможно, более подробный, чем имел в виду Эйнштейн ..." [13, с.2011].

В результате восстановления расчетов Эйнштейна, автор приходит к традиционному виду парадокса близнецов [13, с.2012], двум уравнениям, противоречию: близнец А стареет меньше, чем В и, наоборот, близнец В стареет меньше, чем А:

$$\Delta T_{A-B} = \Delta T_{B-A} = -T\, v_0^2 / 2c^2 - t_a v_0^2 / 6c^2 \qquad (5) \equiv (3)$$

Заметим, что при выводе замедления с точки зрения движущегося близнеца $\Delta T_{A\text{-}B}$, автор использует некорректные предположения о равенстве ускорений при развороте с разных точек зрения. Однако ускорение само зависит от времени разворота с точки зрения каждого из близнецов. Получается, что во втором случае, с точки зрения движущегося близнеца В для вычисления времени замедления темпа хода часов А в уравнении требуется использовать (через вычисление ускорения) это самое искомое время. Далее, используя гравитационное замедление, автор приходит к следующему выводу [13, с.2012]:

"Общее замедление времени А относительно В равно

$$\Delta T = (\Delta T_{A-B} + \Delta T_g) = T\, v_0^2 / 2c^2 - t_a v_0^2 / 6c^2 \qquad (8)"$$

Однако выкладки выглядят подозрительно. Проверим их. Для удобства записываем исходные уравнения, использованные в (8):

$$\Delta T_{A-B} = -T\, v_0^2 / 2c^2 - t_a v_0^2 / 6c^2 \qquad (5)$$

$$\Delta T_g = T\, v_0^2 / c^2 - v_0^2 t_a / 3c^2 = -2 \times \Delta T_{A-B} \qquad (7)$$

Подставляем их в первое равенство (8):

$$\Delta T = -T\, v_0^2 / 2c^2 - t_a v_0^2 / 6c^2 + T\, v_0^2 / c^2 - v_0^2 t_a / 3c^2$$

Собираем подобные члены:

$$\Delta T = T\, v_0^2 / c^2 - T\, v_0^2 / 2c^2 - t_a v_0^2 / 6c^2 - v_0^2 t_a / 3c^2$$

Подробные преобразования делаем, чтобы не упустить мелкие детали:

$$\Delta T = T\, v_0^2 / 2c^2 - t_a v_0^2 / 6c^2 - 2 v_0^2 t_a / 6c^2$$

Окончательно получаем уравнение (8а) и добавляем для сравнение проверяемое уравнение (8):

$$\Delta T = T\, v_0^2 / 2c^2 - t_a v_0^2 / 2c^2 \qquad (8a)$$

$$\Delta T = T\, v_0^2 / 2c^2 - t_a v_0^2 / 6c^2 \qquad (8)$$

Это очень странно, но предложенное автором заключительное выражение не соответствует исходным данным, использованным при его выводе. Заодно замечаем, что и уравнение (7) явно не соответствует уравнению (5). Опечатка? Если учесть, что в статье неоднократно делается ссылка на логику, то это более чем странно.

Можно сказать, что в заключение в статье приведены два контрпримера, на основании которых делаются весьма далеко идущие выводы:

"... все стандартные решения парадокса-близнецов, использующие ускорение или эквивалентное псевдо гравитационное поле в качестве физического эффекта, ответственного за асимметричное замедление времени, ошибочны, и решение Эйнштейна не является исключением. Таким образом, решение Эйнштейна, использующее общую теорию относительности, принцип эквивалентности и гравитационное замедление времени, просто не работает, за исключением конкретного случая, состоящего только из двух часов в совершенно особой последовательности движения. Следовательно, это решение парадокса часов, равно как и любое, которое основано на каком-то физическом эффекте, связанном с ускорением, должно быть отвергнуто. ... возможность выключения или остановки часов делает все стандартные решения неадекватными" [13, с.2014].

Надо отметить, что, в общем, мы разделяем позицию о чрезмерности формализма ОТО для решения парадокса близнецов. Для его решения вполне достаточно собственных средств специальной теории относительности. Однако со следующим фундаментальным заявлением, спорным заявлением автора согласиться можно лишь с большой долей осторожности:

"Утверждение ... о том, что не существует физического метода измерения скорости движения в пространстве, аннулируется различными маркерами, доступными в космологии ..." [13, с.2015].

В заключение отметим, что при наличии объёмной, но всё-таки определённо спорной аргументации, опровержений традиционных гравитационных решений, автор, тем не менее, не привёл хотя бы кратких аналитических доводов, уравнений в пользу решений без формализма ускорений и общей теории относительности.

8. Обзор ОТО-решений парадокса близнецов (часов)

Следует отметить, что попытки найти собственно решение парадокса часов, парадокса близнецов в рамках общей теории относительности принесли достаточно скромный результат. Из многих десятков просмотренных учебников, статей и рефератов максимально подробное решение этого парадокса было найдено лишь в двух книгах: в книге [27, с.208] и в других изданиях этой книги [9, с.258; 26, с.230], и в книге [32].

8.1 Решение Мардера: парадокса больше нет

Как принято считать, в специальной теории относительности парадокс близнецов решения *не имеет*. Полное решение можно получить только с использованием общей теории относительности. Вместе с тем, основная масса таких решений в литературе фактически подменяются качественными, образными описаниями, без строгих аналитических выкладок. Например, Мардер приводит следующее описательное решение парадокса близнецов:

"Всякий раз, когда действовало ускорение, вызванное работой двигателей, M мог считать, что двигатели удерживают его в состоянии покоя в однородном гравитационном поле — это соответствует принципу эквивалентности. Так как у наблюдателя R двигателей нет, он свободно падает в этом гравитационном поле. … Но часы, помещённые в область с повышенным значением гравитационного потенциала, должны спешить…" [24, с.199].

Напомним, что гравитационный потенциал является отрицательной величиной. Поэтому максимальное его значение равно нулю (очевидно, его положительное значение означает антигравитацию). Чем потенциал *меньше*, тем больше его *отрицательное* значение. Строго говоря, правильнее говорить не о спешащих часах, а о замедленных: часы, помещённые в область с *меньшим* значением гравитационного потенциала, должны отставать.

Здесь, в цитате наблюдатели M и R являются двумя близнецами рассматриваемого парадокса. Описанная картина означает, что второй из близнецов – M, улетавший на корабле в космос, в момент разворота оказывается в эквивалентном гравитационном поле. То есть, хотя на самом деле он и не находится вблизи какого-либо массивного гравитирующего тела, но согласно принципу эквивалентности общей теории относительности мы можем с полным правом рассматривать его находящемся именно вблизи такого тела. Условно говоря, космический корабль является как бы массивной планетой, создающей гравитационное поле такой напряжённости, что ускорение свободного падения на ней в точности равно ускорению, создаваемому двигателями корабля при его развороте. Поскольку ко второму близнецу – R, находящемуся на Земле, не приложены никакие силы, он тоже может рассматриваться как находящийся в гравитационном поле корабля. Однако здесь следует сделать оговорку. Второй близнец, землянин на самом деле находится в гравитационном поле Земли. Для простоты мы считаем, что в рассматриваемом случае масса Земли равна нулю, то есть влиянием её гравитационного поля мы пренебрегаем. Это вполне допустимо, поскольку второй близнец мог находиться вовсе и не на Земле, а на небольшой космической станции с пренебрежимо малой массой.

В цитируемой работе строгих и исчерпывающих выкладок решения парадокса близнецов на самом деле нет. Есть только ссылка на такие выкладки в работе [9] и, по сути, *декларативное* заявление: "Итак, парадокса больше нет" ("The paradox no longer exists") [24, с.199; 8, с.180].

8.2 Решение Мёллера: линейное движение часов

Ещё раз отметим, что достаточно полное, развёрнутое решение парадокса близнецов в формализме общей теории относительности в литературе найти сложно. Одно из таких решений привёл Мёллер [27, с.208-212; 26, с.230-236]. Он рассматривает систему отсчёта S_2, движущуюся на трёх пространственных интервалах: O_1A, AB и AC.

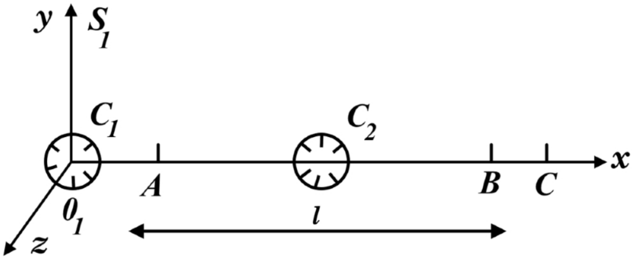


Рис.8.1 Иллюстрация к решению Мёллера [26, с.230]

Система движется следующим образом. На участке O_1A она ускоряется до скорости v; на AB движется инерциально; на BC замедляется до нуля; на CB ускоряется до обратной скорости $-v$; на BA движется инерциально; на AO_1 замедляется до нулевой скорости в момент встречи с неподвижными часами. Однако, приведя несколько промежуточных уравнений, автор, тем не менее, делает традиционное допущение: ускорение и торможение происходят мгновенно. Из этого сразу же следует, что интервалы O_1A и AC и время движения на них укорачиваются до нуля. Остаётся только единственный интервал AB инерциального движения со скоростью v. В этом случае расстояние между крайними точками траектории на рис.8.1 [27, рис.18] описывается очевидным уравнением (8.187), согласно которому $l = O_1C = AB$:

$$l = v\Delta''T$$

После мгновенного придания часам C_2 скорости v для описания времени движения с точки зрения неподвижной системы отсчёта S_1 предложено выражение (8.185)

$$\Delta\tau_1 = 2\Delta''T;\ \Delta\tau_2 = 2\Delta''\tau_2 = 2\Delta''T\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Или, что то же самое, (8.186):

$$\Delta\tau_2 = \Delta\tau_1\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

где $\Delta\tau_1$ и $\Delta\tau_2$ – время движения системы S_2 на этом участке с точки зрения, соответственно, системы S_1 и S_2. Это классическое соотношение специальной теории относительности: движущиеся часы идут медленнее, и формализм ОТО в этом случае не используется.

Для решения парадокса необходимо показать, что такое же время на часах C_1 и C_2 наблюдается и с точки зрения движущейся системы отсчёта S_2. После проведения ряда преобразований с соответствующими рассуждениями получено выражение (8.194):

$$\left.\begin{aligned}\Delta\tau_1 &= 2\{\Delta''T\left(1 - v^2/c^2\right) + \Delta''T\,v^2/c^2\} = 2\Delta''T\\ \Delta\tau_2 &= 2\tau_2'' = 2\Delta''T\sqrt{1 - v^2/c^2}\end{aligned}\right\}$$

Однако заметим, что нижнее уравнение (8.194) для $\Delta\tau_2$, строго говоря, не имеет "предыстории", не имеет явного обоснования. На самом деле, исходя из предыдущих рассуждений, приведённая величина времени $\Delta\tau_2$ соответствует наблюдениям из системы S_1, но не из S_2. С точки зрения наблюдателя в S_2 эта величина должна определяться иначе. Поскольку вследствие мгновенного ускорения и торможения $O_1A = BC = 0$, для этого наблюдателя вся трасса сокращается до отрезка AB. При движении между этими точками со скоростью v для системы отсчёта S_2 длина отрезка сокращается до величины

$$l_2 = l\sqrt{1-v^2/c^2} = AB\sqrt{1-v^2/c^2}$$

Соответственно, время на прохождение этого участка в обе стороны составляет:

$$\Delta\tau_2 = 2\frac{l_2}{v} = 2\frac{AB}{v}\sqrt{1-v^2/c^2} = 2\Delta''T\sqrt{1-v^2/c^2}$$

В рассматриваемом решении парадокса близнецов такое *обоснование* отсутствует. Неверным является также и *обоснование* величины $\Delta\tau_1$. Очевидно, опущенные промежуточные выкладки при получении верхнего уравнения (8.194) с учётом (8.188), (8.190) – (8.193) имеют вид:

$$\Delta\tau_1 = 2\left(\frac{c}{g}th\left(\frac{g\tau_2'}{c}\right) + \Delta''T\left(1-v^2/c^2\right) + \left(\frac{c}{g}+\frac{l}{c}\right)\frac{v}{c}\right)$$

Первое слагаемое обоснованно полагается равным нулю:

$$\tau_1' = \frac{c}{g}th\left(\frac{g\tau_2'}{c}\right) = \frac{v}{g_{\to\infty}} = 0$$

Третье слагаемое, напротив, *ошибочно* считается отличным от нуля (8.193):

$$\tau_1''' = \left(\frac{c}{g_{\to\infty}} + \frac{l}{c}\right)\frac{v}{c} = \left(\frac{l}{c}\right)\frac{v}{c} = \frac{lv}{c^2}$$

На самом деле подстановка в (8.192) $x_0 = -l$ неправомерна. В частности, это видно из следующего:

$$\tau_1''' = \frac{lv}{c^2} = \frac{\Delta''T}{\Delta''T}\times l\times\frac{v}{c^2} = \Delta''T\times\frac{l}{\Delta''T}\times\frac{v}{c^2} = \Delta''T\frac{v^2}{c^2}$$

Время τ'''_1 – это время движения часов C_2 на участке ВС. Очевидно, что это время не имеет *никакого* отношения к времени $\Delta''T$ – времени движения часов C_2 на отрезке АВ. Связь между этими двумя величинами, временами – надуманная. На самом деле время τ'''_1 определяется длиной участка ВС, скоростью и ускорением часов C_2 *именно на этом участке*. Однако длина отрезка ВС стремится к нулю при $g\to\infty$. Следовательно, уравнение (8.192) должно иметь вид

$$\tau_1''' = \left(\frac{c}{g_{\to\infty}} + \frac{BC}{c} \right) \frac{v}{c} = \left(\frac{BC_{\to 0}}{c} \right) \frac{v}{c} = 0$$

С учетом этих поправок уравнение (8.193) должно принять вид

$$\Delta\tau_1 = 2\left(\frac{c}{g_{\to\infty}} th\left(\frac{g\tau_2'}{c} \right) + \Delta'' T\left(1 - v^2/c^2\right) + \left(\frac{c}{g_{\to\infty}} + \frac{BC_{\to 0}}{c} \right) \frac{v}{c} \right)$$

После тривиальных преобразований:

$$\Delta\tau_1 = 2\left(0 + \Delta'' T\left(1 - v^2/c^2\right) + 0\right) = 2\Delta'' T\left(1 - v^2/c^2\right)$$

Это *верное* уравнение и оно показывает истинное *отставание* часов C_1 от часов C_2 с точки зрения S_2. Однако в этом нет никаких противоречий со специальной теорией относительности, поскольку *отставание* часов не тождественно *показаниям* часов. Отметим интересное обстоятельство: движущиеся часы отстали от неподвижных на *меньшую* величину, чем неподвижные часы отстали от движущихся. Для противников теории это прекрасная тема для очередных опровержений. Но, повторим, *отставание* часов и *показания* часов – это разные величины. В момент разворота часов C_2 произошло нарушение *первичной* синхронизации часов. Теперь для S_2 часы C_1 должны быть установлены в иные *исходные* показания, в соответствии с преобразованиями Лоренца. Эти новые показания смещены в будущее, поэтому, отставая, эти часы всё-таки в момент встречи покажут *большее* абсолютное время, время на своём циферблате. Часы C_1 отстали от часов C_2, но это отставание отсчитывалось от *большего* начального времени:

$$\frac{1}{2}\Delta\tau_1 = \Delta'' T\left(1 - v^2/c^2\right) + \frac{t_0 + xv/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Здесь мы рассматриваем только обратное движение, то есть, считаем, что движение только что началось, поэтому $t_0 = 0$:

$$\frac{1}{2}\Delta\tau_1 = \Delta'' T\left(1 - v^2/c^2\right) + \frac{x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \times \frac{v}{c^2}$$

Очевидно, что левая дробь правого слагаемого – это расстояние AB с точки зрения движущихся часов, S_2, поэтому

$$\frac{1}{2}\Delta\tau_1 = \Delta''T\left(1 - v^2/c^2\right) + \left(\frac{x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = AB = l\right)\frac{v}{c^2}$$

В свою очередь отрезок AB и время Δ"T движения по нему часов C_2 связаны соотношением

$$\frac{1}{2}\Delta\tau_1 = \Delta''T\left(1 - v^2/c^2\right) + \left(\frac{v}{v}AB = \frac{AB}{v}v = \Delta''Tv\right)\frac{v}{c^2}$$

Преобразуем и получаем окончательно

$$\frac{1}{2}\Delta\tau_1 = \Delta''T\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + \Delta''T\frac{v^2}{c^2} = \Delta''T$$

Таким образом, на основе корректных, *исправленных* выкладок мы получаем *другое* верхнее уравнение (8.194). Теперь это *новое* уравнение точно соответствует точке зрения движущихся часов C_2. Поскольку движение симметричное, итоговое выражение точно соответствует первому равенству уравнения (8.185), которое, в свою очередь, получено с точки зрения неподвижных часов C_1 в системе отсчёта S_1:

$$_{S1}\Delta\tau_1 = {}_{S2}\Delta\tau_1 = \Delta\tau_1 = 2\Delta''T$$

Это означает инвариант собственного времени часов C_1: с точек зрения обеих систем отсчёта – S_1 и S_2 в момент встречи они показывают одно и то же время. Вместе с тем, мы обязаны отметить, что это решение является решением парадокса близнецов исключительно средствами *специальной* теории относительности. *Общая* теория относительности и её принцип *эквивалентности* к полученному решению не имеют никакого отношения, поскольку участки траектории, на которых они проявляются, из рассмотрения *исключены*. И длины этих отрезков и время движения на них равны нулю.

8.3 Решение Мёллера: круговое движение часов

Помимо парадокса близнецов в традиционном виде – удаления одного из них с последующим возвратом, рассматривается и его тождественная версия – движение близнеца по круговой орбите. Этот вариант мы считаем тождественным, поскольку он буквально подходит под исходное описание парадокса в основополагающей работе Эйнштейна "К электродинамике движущихся тел". В этой работе близнец-путешественник движется по ломаной линии, которая замыкается на исходной точке. Более того, этот же вариант просматривается и в варианте с парой часов: на экваторе и на полюсе. В этом случае часы на экваторе явно движутся по круговой орбите и отстают, как указано, от неподвижных часов на полюсе.

Аналитически этот вариант парадокса часов предельно подробно рассмотрен в работах [27, с.211-212; 26, с.234-235]:

"Пусть часы C_2 под действием центральной силы F совершают в инерциальной системе S_1 равномерное движение по окружности" [27, с.211].

В этой коротенькой заметке демонстрируется инвариант собственного времени неподвижных часов, находящихся в центре окружности. С точки зрения этих часов один оборот совершается за время (8.198):

$$\tau_1 = T = 2\pi/\omega$$

Согласно формализму специальной теории относительности, движущиеся часы покажут в течение оборота время (8.197):

"Если радиус окружности R, а постоянная угловая скорость ω, то скорость часов равна Rω, а приращение их собственного времени τ_2 за один оборот..."

$$\tau_2 = T\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2} = (2\pi/\omega)\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2}$$

Величина отставания часов в этом случае определяется уравнением Лоренца, в которое мы должны подставить тангенциальную скорость движущихся часов. Действительно, в каждой точке траектории движущиеся часы C_2 имеют скорости, равные по модулю, но разные по направлениям. Поместим в каждую точку траектории часов C_2 свои собственные неподвижные часы. Все эти новые часы идут синхронно с часами C_1, поскольку все они находятся в одной и той же неподвижной ИСО. Часы C_2, проходя каждый раз мимо соответствующих часов, испытывает отставание, вызванное относительной скоростью именно с этими часами. За мгновенный интервал времени по этим часам, часы C_2 также отстанут на мгновенно малое время, которое можно вычислить по уравнению Лоренца.

$$d\tau_2 = dTi\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Проинтегрируем это выражение по всем часам и найдём суммарное время отставания:

$$\tau_2 = \int_0^T dTi\sqrt{1 - v^2/c^2} = \sqrt{1 - v^2/c^2} \times \int_0^T dTi = \\ = T\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2} = (2\pi/\omega)\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2} \qquad (8.3.1)$$

При рассмотрении этого же процесса с точки зрения наблюдателя, движущегося во вращающейся системе и часов C_2, используется принцип эквивалентности. Считается, что неподвижные часы C_1 свободно падают в эквивалентном гравитационном поле, созданным центробежной силой в часах C_2. Под действием этой силы падающие часы C_1 *спешат* по отношению к условно неподвижным часам C_2 на вращающемся диске (8.200):

$$\tau_2 = (2\pi/\omega)\sqrt{1 + 2\chi/c^2} = (2\pi/\omega)\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2}$$

Как видим, согласно формализму общей теории относительности, это время на часах в *центре* диска совпадает со временем на них же с точки зрения *вращающихся* часов. То есть, здесь мы видим соблюдение инварианта собственного времени. Однако заметим, что последующие выкладки в статье в этом свете выглядят несколько чрезмерными. Действительно, согласно (8.200) и (8.197) мы можем записать:

$$\tau_2 = (2\pi/\omega)\sqrt{1 + 2\chi/c^2} = \tau_1\sqrt{1 + 2\chi/c^2} = \tau_1\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2}$$

Но, следует отметить, что это уравнение непротиворечиво следует также и из формализма специальной теории относительности (8.3.1). Иначе говоря, уравнение общей теории относительности (8.197) является излишним. Соответственно:

$$\tau_1 = \frac{\tau_2}{\sqrt{1 + 2\chi/c^2}} = \frac{\tau_2}{\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2}} \qquad (8.3.2)$$

Здесь, как и ранее τ_1 и τ_2 – собственное время в системах отсчёта S_1 и S_2, на часах C_1 и C_2. Поскольку часы C_2 движутся равномерно со скоростью $v = R\omega$, мы обязаны считать, что траектория, окружность, по которой они движутся, в соответствии с принципом относительности также движется им навстречу. Следовательно, этот движущийся отрезок виден наблюдателю рядом с часами C_2 укороченным (парадокс Эренфеста [51]). Согласно уравнениям Лоренца, с точки зрения часов C_2 они пройдут по окружности путь, равный

$$l_2 = l_1\sqrt{1 - v^2/c^2} = l_1\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2}$$

В данном случае мы не будем вдаваться в детали парадокса Эренфеста, просто положив, что радиус движения загадочным образом остался прежним. Тем более, что на итоговое значение длины пути часов C_2 это никак не повлияет. В самом деле, если считать, что R уменьшился так же, как и длина окружности, то скорость v мы по-прежнему считаем неизменной, инвариантом. Это будет означать лишь то, что пропорционально возросла и частота вращения часов C_2, но произведение $R\omega$ осталось неизменным. Таким образом, время движения часов C_2 по сократившейся окружности с точки зрения этих часов будет:

$$\tau_2 = \frac{l_2}{v} = \frac{l_1}{v}\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2} = \frac{2\pi R}{R\omega}\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2} = \frac{2\pi}{\omega}\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2}$$

Это выражение совпадает с (8.197). Подставляем это время в (8.3.2) и получаем:

$$\tau_1 = \frac{2\pi}{\omega}\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2} \times \frac{1}{\sqrt{1 - R^2\omega^2/c^2}} = 2\pi/\omega \quad (8.3.3)$$

Прямо это трактуется однозначно: с точки зрения движущихся часов C_2 на часах C_1 прошло время (8.3.3), что совпадает с мнением наблюдателя, находящегося рядом с часами C_1 (8.198). В сущности, парадокс корректно, непротиворечиво решён строго в рамках специальной теории относительности без применения формализма общей теории относительности и принципа эквивалентности (см. Гл.1). Тем не менее, продолжим рассмотрение предложенного решения с использованием формализма общей теории относительности.

Вновь обратим внимание на уравнение (8.200) [27, с.212]. Согласно замечанию Эйнштейна, традиционно используемое выражение вида (8.200) для гравитационного потенциала является *приближённым* [38, с.8]. Следовательно, *точного* решения уравнений быть *не может*, и предложенное *точное* решение сразу вызывает определённое недоверие. Очевидно, что неточные, приближённые исходные данные могут дать только такой же неточный, приближённый результат. То, что для используемого в дальнейших выкладках значения компоненты g_{44} нет точных обоснований, можно понять из фразы [27, с.199]:

"Если положить $g_{44} = -(1 + 2\chi / c^2)$ (8.109)"

По всей видимости, это выражение взято как традиционное приближение точного выражения гравитационного потенциала, указанного Эйнштейном [38, с.8].

Заключительным шагом доказательства, решения парадокса – доказательством инварианта собственного времени неподвижных часов – можно признать уравнение (8.201), производное от (8.114). Для анализа перепишем уравнение (8.114) в тождественном, но немного в более удобочитаемом, компактном виде:

$$d\tau = dt\sqrt{\left(\sqrt{1+\frac{2\chi}{c^2}} - \frac{\gamma_\mu u^\mu}{c}\right)^2 - \frac{u^2}{c^2}} \quad (8.114)$$

Теперь более заметно *визуальное* сходство этого уравнения с уравнением Лоренца для замедления темпа хода движущихся часов dτ по отношению к неподвижным dt. Это уравнение мы приводим для того чтобы явно отследить, как получено уравнение (8.201), которое также перепишем в "многоэтажном", но всё-таки более наглядном виде:

$$\tau_1 = \frac{2\pi}{\omega}\sqrt{\left(\sqrt{1 - r^2\omega^2/c^2} + \frac{r^2\omega^2}{c^2\sqrt{1 - r^2\omega^2/c^2}}\right)^2 - \frac{r^2\omega^2}{c^2(1 - r^2\omega^2/c^2)}} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (8.201)$$

Обозначим явным образом входящие в уравнения величины. Как указано в цитируемой работе, в уравнении (8.114) и, следовательно, в уравнении (8.201):

"... τ – время, измеренное стандартными часами, движущимися вместе с частицей" [27, с.200]

Чуть выше уточняется, что это за частица. В описании уравнения (8.114) сказано:

"... мы имеем следующее выражение для собственного времени частицы, движущейся в гравитационном поле..." [27, с.200].

То есть, буквально это означает, что время τ_1 и $d\tau$ – это собственное время часов C_1, падающих в эквивалентном гравитационном поле часов C_2, вращающихся вместе с диском. Следовательно, мы сразу же определяем и принадлежность множителя dt в (8.114) и множителя перед квадратным корнем в (8.201):

"... (8.114) определяет скорость хода движущихся стандартных часов в сравнении со скоростью хода координатных часов рассматриваемой системы" [27, с.200].

То есть, вполне определённо из этого следует, что dt в (8.114) – это время неподвижных часов C_1, относительно которых вращается диск. Соответственно, и множитель перед корнем в (8.201) – это тоже время неподвижных часов C_1, относительно которых вращается диск. Далее, сравнив (8.201) с исходным уравнением (8.114), из которого оно получено, сразу же обращаем внимание на второе слагаемое со скоростью u, квадрат которой представлен величиной:

$$u^2 = \frac{r^2\omega^2}{\sqrt{1 - r^2\omega^2/c^2}}$$

Что это за скорость? Скорость чего? Замечаем, что величина этой скорости выше скорости движения часов на диске, заданной условиями задачи. Следовательно, мы обязаны признать это выражение подменой понятий. Действительно, поскольку мы рассматриваем две системы отсчёта: неподвижную и вращающийся в ней диск, то между неподвижными часами C_1 и часами C_2, вращающимися вместе с диском, существует только одна скорость – $u = r\omega$ [27, с.198]. Никаких других относительных скоростей в этой системе нет. Часы на диске C_2 движутся относительно неподвижных часов C_1 с той же скоростью u, с какой неподвижные часы C_1 *условно* движутся относительно часов на диске C_2, эта скорость u – инвариант. Движение C_1 относительно C_2, конечное же, условное и определяется через любые другие часы в этой системе отсчёта, идущие синхронно с C_1 и установленные в непосредственной близости от часов C_2.

С учётом того, что в этом уравнении стандартными координатными часами являются часы C_2 на диске, выражение (8.201) на самом деле *должно* иметь следующий вид:

$$\tau_1 = \frac{2\pi}{\omega}\sqrt{1 - r^2\omega^2/c^2}\sqrt{\left(\sqrt{1 - r^2\omega^2/c^2} + \frac{r^2\omega^2}{c^2\sqrt{1 - r^2\omega^2/c^2}}\right)^2 - \frac{r^2\omega^2}{c^2}} \tag{8.3.4}$$

Решая это уравнение, сразу же обнаруживаем, что в этом случае значение собственного времени неподвижных часов C_1 с точки зрения часов C_2, вращающихся на диске, время τ_1 не равно $2\pi/\omega$, то есть, главное требование для решения парадокса близнецов нарушается: собственное время неподвижных часов C_1 с точки зрения обоих наблюдателей – разное:

$$\tau_1 = \frac{2\pi}{\omega}\sqrt{1 - \frac{r^2\omega^2}{c^2} + \frac{r^4\omega^4}{c^4}} \neq \frac{2\pi}{\omega}$$

Из этого следует неизбежный вывод: *корректный* результат решения парадокса вращающихся часов получен *некорректными* преобразованиями, подстановкой с очевидной подменой понятий.

Формально решение парадокса близнецов средствами ОТО в этом случае следует признать неубедительным. Эффект от воздействия эквивалентной гравитации ускоренно движущихся часов нивелируется эффектом специальной теории относительности, выраженным в парадоксе Эренфеста [51].

Формулировка этого известного парадокса в работе приведена [27, с.183] без ссылки на исходную работу [51]. В качестве решения приводится утверждение об отличии от 2π

отношения длины окружности к её радиусу. В некорректности решения парадокса близнецов во вращающейся системе отсчёта эта ошибочная трактовка парадокса Эренфеста, несомненно, сыграла свою роль.

Ошибка становится видна, если рассмотреть окружность в "чистом" виде, как тонкий обруч. При вращении длина окружности сокращается согласно уравнению (8.8) [27, с.183]. Зададимся простым вопросом: обруч перестал быть окружностью? Разумеется, не перестал, это по-прежнему окружность. Но окружность – это место точек *одинаково* удалённых от некоторой точки, являющейся её центром. То есть, все точки вращающегося обруча одинаково удалены от центра. Но величина этого удаления для вращающегося обруча *однозначно* определена – это его радиус, определяемый из свойств окружности: $L = 2\pi r$. У любой окружности существует радиус, связанный с её длиной этим соотношением, независимо от того, вращается она или неподвижна. Совершенно *бессмысленно* утверждать, что на евклидовой плоскости у *окружности* радиус имеет какое-то иное значение. В более глубоком смысле парадокс Эренфеста состоит в том, что внешняя окружность диска не может сократиться, поскольку этому препятствуют её нижележащие слои. Однако и это мнение является ошибочным: все слои диска при вращении сокращаются, синхронно уменьшая свои радиусы и не препятствуя сокращению вышележащего слоя (до скорости порядка 0,7 от скорости света) [51]. Результат проявляется таким образом, что уменьшается радиус всего сплошного диска. Игнорировать этот обязательный эффект Лоренца для вращающегося диска мы не имеем права.

Более того, в связи с этим в рассмотренном решении следует указать на ещё одну ошибку: в случае вращающегося *диска* часы, закреплённые на нём должны идти *быстрее*, чем неподвижные часы *вне* диска, что показано в первой главе данной работы (см. Гл.1). Если вращающиеся часы движутся вместе с диском, а не по жёсткой траектории вокруг центра, то сокращение внешней окружности диска для вращающихся часов отсутствует, но наблюдается для неподвижных. При этом с одной и той же скоростью вращающиеся часы проходят с разных точек зрения разный путь: больший путь за большее время со своей точки зрения проходят вращающиеся часы, но с точки зрения неподвижных часов они прошли меньший путь, соответственно, за меньшее время.

8.4 Решения Скобельцына: ускоренное движение

Ещё одно решение парадокса предложено в работе [32, с.95], в которой парадокс близнецов рассмотрен в эквивалентном ему виде парадокса часов. В рассматриваемом далее разделе этой работы приводится решение без использования формализма ОТО, однако мы его рассматриваем, поскольку его итоги используются в следующем разделе, при решении парадокса в формализме ОТО. Условия задачи сформулированы следующим образом:

"... при t = T = 0 часы B находятся в начале координат, а часы A — на расстоянии $x_0 + \Delta x_0 = X_0 + \Delta X_0$ от B в направлении ... положительной оси x (и X). Таким образом, положительную ось X будем предполагать направленной от B к A. (Часы A неподвижны в инерциальной системе X, T.)" [32, с.100].

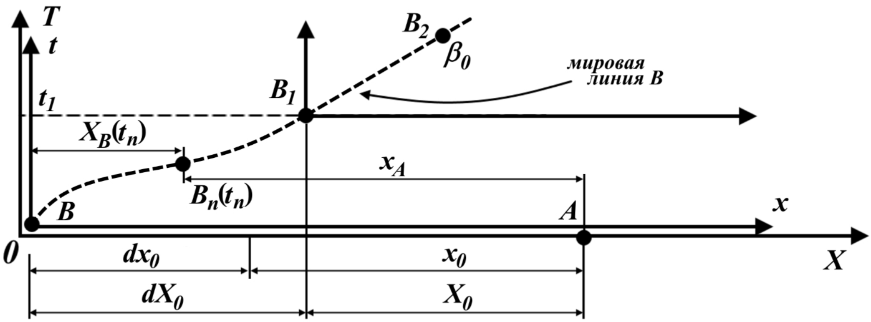


Рис.8.2 Иллюстрация к решению Скобельцына [32, с.100]

Изобразим на диаграмме Минковского рис.8.2 согласно приведённому описанию начальное положение системы и её положение в конце ускоренного движения. Сразу же сталкиваемся с некоторой неопределённостью слагаемых в равенстве

$x_0 + \Delta x_0 = X_0 + \Delta X_0$. Поскольку эти интервалы указаны как физическое расстояние между A и B, а в дальнейшем B движется к A *сначала* ускоренно на интервале ΔX_0, а *затем* инерциально, то правильнее это равенство записать инверсно: $\Delta x_0 + x_0 = \Delta X_0 + X_0$. Приращения интервалов, очевидно, так и следует понимать – интервал ускоренного движения. На этом рисунке координатные оси двух систем отсчёта в начальный момент времени разнесены условно, чтобы избежать их слияния. Часы изображаем точками вместо окружностей, иначе рисунок получается чрезмерно затенённым.

"Скорость B относительно A (и A относительно B) в начальный момент времени равна нулю. Затем на протяжении пути ΔX_0 часы B ускоряются по какому-то произвольному закону в направлении к A и в момент времени t_1 приобретают скорость β_0 (относительно A), после чего (при $t \geq t_1$) движутся равномерно с этой скоростью β_0 в направлении к A (так же как A движется с той же скоростью *относительно* B, но в противоположном направлении)" [32, с.100].

Теперь нанесём на рисунок и новое положение часов B в конце ускоренного движения. Также заметим, что начальные координаты и их смещения в двух системах отсчёта в общем случае не равны друг другу: $x_0 \neq X_0$ и $\Delta x_0 \neq \Delta X_0$. Оси координат x и X диаграммы рис.8.2 вытянуты непропорционально осям времени, поэтому превышение скорости света – кажущееся.

"Определим изменение показаний ΔT_A часов A за время ускорения B с "*точки зрения системы B (x, t)*". В дальнейшем слова "с точки зрения системы B" будем понимать условно так, как если бы координаты какого-то объекта, например A (т.е. x_A и t_A), удаленного от B, могли бы быть измерены наблюдателем B на расстоянии ("дистанционные измерения")" [32, с.100].

Заметим противоречивость последнего утверждения. Если наблюдатель *измеряет* чьи-то координаты, пусть и дистанционно, то эти измерения являются *объективными*, а не "точкой зрения". Правильнее "точкой зрения" называть *мысленные* представления об этих координатах, например, *вычисленные* по какой-либо аналитической методике. Также отметим, что β_0 на самом деле является не скоростью, а отношением действительной скорости относительного движения v_0 к скорости света с:

$$\beta_0 = \frac{v_0}{c}$$

Для решения задачи автор использует вспомогательную "мгновенную инерциальную систему – B_0" с координатами X' и T', известную также как мгновенная сопутствующая инерциальная систем отсчёта – МСИСО [32, с.100]:

"Координаты *x*, *t* ускоренной системы B совпадают в каждый данный, фиксированный момент времени *t* (который выше обозначили t_0) с координатами X', T' "мгновенной инерциальной системы B_0". Эти же последние связаны с координатами X, T формулами преобразования Лоренца (см. (I.32) и I.33)), которые в соответствии с введенными выше условиями, как легко убедиться, имеют вид

$$X_A(t) = X_B(t) + \frac{x_A(t)}{\sqrt{1-\beta^2(t)}} \qquad (IV.3)$$

$$T_A(t) = T_B(t) + \frac{\beta(t)x_A(t)}{c\sqrt{1-\beta^2(t)}} \qquad (IV.4)$$

Теперь нанесём на наш рисунок величины, входящие в эти уравнения. В сноске [32, с.101] указано, что $X_B(t)$ – это координата начала системы B_0 – МСИСО, по определению совпадающая с *ускоренно* движущимися часами B, в неподвижной системе отсчёта X, T в некоторый момент времени $t = t_n$. По аналогии с "изменение показаний ΔT_A часов A" делаем вывод, что ΔX_A – это изменение удалённости часов A за это же время в той же системе отсчёта. С учетом нулевых начальных условий знаки интервала Δ можно отбросить.

Поскольку, как указано выше, уравнения описывают точку зрения наблюдателя B_0, то x_A – это расстояние, удалённость его от A в своей системе отсчёта, равное этой же удалённости в системе A с учётом лоренцева сокращения. Далее с краткими обоснованиями уравнение (IV.4), переписывается с заменой символов в (IV.6), затем в (IV.7) и, наконец, с подстановкой T' в следующем окончательном виде:

$$\Delta T_A = T_a + \frac{\beta_0^2 T'}{\sqrt{1-\beta_0^2}} = \Delta T_a + \frac{\beta_0^2 T'}{\sqrt{1-\beta_0^2}} \qquad (IV.8)$$

Здесь T' – время системы B, в течение которого она достигнет часов A, двигаясь после момента $t = t_1$ с постоянной скоростью β_0. Таким образом:

"Выражение (IV.8) дает показание часов A так, как оно представляется наблюдателю B, если он (B) определит это "показание" согласно отсчетам в координатах *x*, *t* в момент его (B) времени t_1, т.е. находясь от A на расстоянии $x_A(t_1)$" [32, с.102].

Поскольку с момента начала инерциального движения и в течение своего времени T'_0 наблюдатель B на основе наблюдений (измерений) ожидает, что в системе A пройдёт меньший интервал времени, согласно лоренцеву замедлению. Следовательно, с его точки зрения в момент встречи с A их показания (Пок. A)$_B$ будут

$$(Пок.\ A)_B = T_a + \frac{T'_0}{\sqrt{1-\beta_0^2}} \qquad (IV.11)$$

Наконец, утверждается, что показания часов A в момент начала инерциального движения T_a имеют одно и то же значение как с точки зрения B, так и с точки зрения A. Из этого строго логически следует, что в момент встречи показания часов A с их точки зрения (Пок. A)$_A$ также будут равны их показаниям и с точки зрения B (Пок. A)$_B$

$$(Пок.\ A)_A = T_a + T_0 = T_a + \frac{T'_0}{\sqrt{1-\beta_0^2}} \qquad (IV.12)$$

На этих основаниях делается вывод, что собственное время часов A в момент встречи совпадает с обеих точек:

$$(Пок.\ A)_B = (Пок.\ A)_A, \qquad (IV.14)$$

В сущности, приведённые аргументы являются решением парадокса близнецов без использования положений общей теории относительности, но и, формально, хотя и средствами специальной теории относительности, однако всё-таки за границами её применимости. Заметим, что рассмотренное решение фактически является двойным: на этапе ускоренного движения показано, что время на часах А одинаково с обеих точек зрения, а показания часов В – меньше показаний часов А. Этап инерциального движения при $t > t_1$ лишь добавляет к этим показаниям ещё один участок "парадокса близнецов" в варианте парадокса ровесников, теперь уже решённый строго в рамках СТО.

Вместе с тем следует отметить явную искусственность, слабую обоснованность выражения (IV.8). Действительно, в основу его положено представление о T_a как эквиваленте $t_B(t')$ в выражении:

$$t(t') = t_B(t') + \frac{\beta x'(t')}{c\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (I.33)$$

Однако в этом выражении первое слагаемое является определённо *инерциальным*:

$$t_B(t') = \frac{t'}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (I.31)$$

А в уравнении (IV.8) это же слагаемое T_a описывает *ускоренное* движение, в котором скорость β не является константой. Тем не менее, это обстоятельство никак не комментируется, а производятся дальнейшие преобразования.

В доказательстве использовано ещё одно ничем не аргументированное утверждение, на основании которого из уравнения (IV.4) простой заменой символов получено уравнение (IV.6) и далее – (IV.8). В изменённом уравнении переменная $T_B(t)$ приравнивается к величине T_a лишь на том основании, что часы В "проносятся" мимо соответствующих часов станции (а), синхронизированных с часами А. Однако ни из чего не следует, что показания часов T_a на станции (а), мимо которых пролетают часы В, равны их собственным показаниям $T_B(t)$. Это обстоятельство определённо требует доказательства: действительно ли ускоренно движущийся наблюдатель имеет верные представления о неподвижных часах? Рассмотрим это на простом примере.

Пусть в неподвижной ИСО А между точками А и С движется наблюдатель В с постоянным ускорением a = const и нулевой начальной скоростью. Через заданное время t_0 наблюдатель B достигает заданной скорости v_0. Время t_0 – это, так сказать, показания часов A с точки зрения часов A. В системе A уравнение движения наблюдателя B имеет вид:

$$x = \frac{a_B t^2}{2}$$

Следовательно, с точки зрения неподвижной системы отсчёта, наблюдатель B прибудет в конечную точку C в момент времени t_0 с ускорением a_B и скоростью v_0:

$$v_0 = a_B t_0 \quad \rightarrow \quad a_B = \frac{v_0}{t_0} \quad (8.4.01)$$

Теперь для определения времени встречи C и B по собственным часам B составим уравнение релятивистского интервала. Находим дифференциал линейной величины:

$$x = \frac{a_B t^2}{2} \quad \rightarrow \quad dx = a_B t dt = \frac{v_0}{t_0} t dt$$

Подставляем в уравнение интервала (принимаем c = 1). Поскольку движение времениподобное, то квадрат интервала является отрицательной величиной, добавляем ей соответствующий знак:

$$-ds^2 = dx^2 - dt^2$$

$$-ds^2 = a_B^2 t^2 dt^2 - dt^2 = -dt_B^2 \quad (8.4.02)$$

Здесь мы делаем традиционную замену обозначений: интервал, делённый на скорость света, является собственным временем движущейся системы отсчёта, в нашем случае системы B. После тривиальных преобразований получаем:

$$dt_B = dt\sqrt{1 - a_B^2 t^2} \quad (8.4.03)$$

Теперь интегрированием находим показания часов B:

$$t_B = \int_0^{t_A} \sqrt{1 - a_B^2 t^2}\, dt = \int_0^{t_A} \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{t_0^2} t^2}\, dt \quad (8.4.04)$$

Интеграл является табличным, решение которого имеет вид

$$\int \sqrt{1 - s^2}\, ds = \frac{s}{2}\sqrt{1 - s^2} + \frac{1}{2}\arcsin s + C$$

Для удобства сделаем замену переменной:

$$u = a_B t = \frac{v_0}{t_0} t; \quad du = \frac{v_0}{t_0} dt; \quad dt = \frac{t_0}{v_0} du$$

$$t = t_0 \quad u = v_0$$

$$t = 0 \quad u = 0$$

Подставляем наши переменные в уравнение интеграла и получаем решение:

$$t_B = \frac{t_0}{v_0} \int_0^{v_0} \sqrt{1-u^2}\, du = \frac{t_0}{v_0} \left(\frac{u}{2}\sqrt{1-u^2} + \frac{1}{2}\arcsin u \right) \Bigg|_0^{v_0}$$

После подстановки пределов интегрирования получаем:

$$t_B = \frac{t_0}{v_0} \left(\frac{v_0}{2}\sqrt{1-v_0^2} + \frac{1}{2}\arcsin v_0 \right) \quad (8.4.05)$$

Согласно алгоритму вычислений, мы получили время в конце пути часов В с точки времени часов А – t_B. Соответственно, время часов А в конце пути с их же точки зрения задано условиями задачи: $t_A = t_0$.

Теперь нам необходимо получить эти же времена с другой точки зрения, с точки зрения часов В. В этом случае мы замечаем, что ускорение, с которым движутся часы С с точки зрения часов В, отличается от ускорения a_B (8.4.01):

$$v_0 = a_A t_B \quad \to \quad a_A = \frac{v_0}{t_B} \quad (8.4.06)$$

Сразу же обнаруживаем, что для определения времени и ускорения с точки зрения наблюдателя В нам *недостаточно* заданных начальных условий, поэтому мы *постулятивно* принимаем, что время t_B с обеих точек зрения *одно и то же* и соответствует уравнению (8.4.05). Действительно, для наблюдателя В нам известны *только* значения скоростей в начале и конце пути. С некоторой долей условности мы также приняли, что и часы С с точки зрения наблюдателя В движутся с *постоянным* ускорением (8.4.06).

Для определения времени t_A с точки зрения наблюдателя В вновь составим уравнение интервала, но теперь уже с его точки зрения. Здесь мы учтём два обстоятельства. Во-первых, часы А и С синхронны, поэтому во всех уравнениях мы можем движущиеся часы С отмечать индексом А. Во-вторых, решения уравнений релятивистского интервала всегда показывают, что движущиеся часы идут медленнее. Но в нашей задаче точно известно, что движутся часы В, поэтому решению интервала также должно соответствовать их замедление. Это верно, если при составлении интервала с точки зрения В учесть, что движется именно В, то есть, мы составляем уравнение движения В в системе А с точки зрения В, то есть, величина x_A означает координату часов В в системе отсчёта А с точки зрения В:

$$x_A = \frac{a_A t^2}{2}$$

Находим квадрат дифференциала линейной величины и подставляем в уравнение релятивистского интервала:

$$-ds^2 = a_A^2 t^2 dt^2 - dt^2 = -dt_B^2$$

Здесь мы вновь делаем традиционную замену обозначений: интервал, делённый на скорость света, является собственным временем движущейся системы отсчёта, в нашем случае системы А. После тривиальных преобразований получаем:

$$dt_B = dt\sqrt{1 - a_A^2 t^2} \quad (8.4.07)$$

Рассмотрим это уравнение в инверсной записи:

$$dt = \frac{dt_B}{\sqrt{1 - a_A^2 t^2}} \quad (8.4.08)$$

Определим явно смысл входящих в него переменных: dt_B – это бесконечно малый отрезок времени, прошедшего по часам В, когда по часам А прошёл бесконечно малый отрезок времени dt. Оба уравнения (8.4.08) и (8.4.07) тождественны и означают, что один отрезок времени больше (меньше) другого в корень раз, причём величина этого корня зависит от текущего значения времени t. Но для нас сейчас более важным является то, что конечные значения этих времён соответствуют разным интервалам времени движения. Иначе говоря, интегрируя уравнение (8.4.08) мы подставим в интеграл верхним пределом t_A, а интегрируя уравнение (8.4.07), мы подставим верхним пределом t_B. Очевидно, что соответствующие значения интегралов также будут различаться, причём в случае интегрирования (8.4.07) мы получим некоторое значение времени t_A. Поскольку переменной интегрирования является время часов В, результат, по всей видимости, означает время часов А с точки зрения часов В, что мы обозначим верхним индексом:

$$t_A^B = \int_0^{t_B} \frac{dt_B}{\sqrt{1-a_A^2 t^2}} \quad (8.4.09)$$

Однако непосредственно взять этот интеграл мы не можем, поскольку в нём присутствует величина t, являющаяся сложной функцией от времени t_B, неявно заданной уравнением (8.4.05). Иначе говоря, при вычислении интеграла (8.4.09) нам следует задать некоторое текущее значение t_B и вычислить соответствующее ему значение t в подынтегральном выражении (8.4.09) с помощью уравнения (8.4.05). Очевидно, чисто аналитическое интегрирование (8.4.09) представляет собой практически неразрешимую задачу. Но мы можем поступить иначе – заменим подынтегральную переменную. Согласно тому же выражению (8.4.05) мы можем записать:

$$dt_B = d\left[\frac{t_0}{v_0}\left(\frac{v_0}{2}\sqrt{1-v_0^2} + \frac{1}{2}\arcsin v_0\right)\right]$$

А поскольку значение t_B получено интегрированием, то и значение дифференциала точно определяется из (8.4.04):

$$dt_B = d\left[\int_0^{t_A} \sqrt{1-a_B^2 t^2}\, dt\right] = \sqrt{1-a_B^2 t^2}\, dt \quad (8.4.10)$$

Подставив его в (8.4.09), находим:

$$t_A^B = \int_0^{t_0} \frac{\sqrt{1-a_B^2 t^2}}{\sqrt{1-a_A^2 t^2}}\, dt \quad (8.4.11)$$

Очевидно, что верхнему пределу изменения величины t_B соответствует верхний предел изменения величины t_A, поэтому мы и подставляем верхним пределом интеграла t_0. Решением интеграла, как мы полагаем, является время движения часов С до встречи с часами В с точки зрения часов В.

Полученный интеграл также не имеет табличных аналогов, то есть, вычислить его непосредственно вряд ли возможно.

Однако беглый взгляд показывает, что его величина определённо не равна t_0, то есть, времени в пути до встречи С и В с точки зрения системы А. Действительно, ускорения не равны: $a_B \neq a_A$, что явно следует из уравнений (8.4.01) и (8.4.06):

$$v_0 = a_B t_0 = a_A t_B \quad \rightarrow \quad \frac{a_B}{a_A} = \frac{t_B}{t_0} < 1 \qquad (8.4.12)$$

Если же предположить их равенство, то интеграл (8.4.11) примет тривиальный вид:

$$t_A^B = \int_0^{t_0} \frac{\sqrt{1-a^2t^2}}{\sqrt{1-a^2t^2}} dt = \int_0^{t_0} dt = t_0 \equiv t_A^A$$

То есть, время встречи С и В с точки зрения В (верхний индекс) стало равно времени встречи и с точки зрения А. Но, как видно из выражений (8.4.12), подынтегральная функция определённо больше единицы, следовательно, следует ожидать, что

$$t_A^B > t_A^A$$

Приведённые аргументы мы не будем рассматривать как однозначное *опровержение* предположения о равенстве этих времён в рассматриваемой работе. Будем осторожно считать их основанием для *сомнений в обоснованности* сделанного в работе предположения. Добавим, что выявленная некорректность рассмотренных преобразований, несомненно, перейдёт и на замкнутый симметричный цикл с возвратом часов В в исходную точку, который по этой причине мы не рассматриваем.

8.5 Решение Скобельцына: использование ОТО

После рассмотрения ускоренного движения часов с *кинематической* точки зрения автор предлагает выкладки теперь уже с точки зрения общей теории *относительности*, представляющие в упрощённом виде решения Мёллера [32, с.108]. Представлены новые довольно объёмные выкладки с использованием гиперболических функций, направленные на обобщение основного соотношения, определяющего замедление хода движущихся часов относительно неподвижных [32, с.113]:

$$\frac{t_B}{t_A} = \sqrt{1-\beta^2}, \quad t_B = t_A\sqrt{1-\beta^2}. \quad (I.13)$$

Результатом этих преобразований можно назвать уравнение:

$$d\tau = \sqrt{\left[1+\frac{xg(t)}{c^2}\right]^2 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} dt = \sqrt{\left[1+\frac{xg(t)}{c^2}\right]^2 - \frac{u^2}{c^2}} \qquad (IV.48)$$

Использование этого уравнения для решения рассмотренной выше задачи, парадокса часов после очередного ряда нетривиальных преобразований с гиперболическими функциями приводит к новому итоговому уравнению:

$$\Delta\tau_A = \left(\frac{c}{g}+\frac{\Delta x_0}{c}\right) th\frac{gt_1}{c} + \frac{x_0}{c} th\frac{gt_1}{c} \qquad (IV.64)$$

Как указывается, первый член уравнения – это собственное время, показываемое с точки зрения В часами, неподвижными в системе координат *X*, *T* в момент времени $t = t_1$ при заданных начальных условиях, то есть, $Т_а$ [32, с.116]:

"... на расстоянии ΔX_0 от начала координат *X*, *T* находятся часы "станции" а, где заканчивается ускорение В. Следовательно,

$$\left(\frac{c}{g}+\frac{\Delta x_0}{c}\right) th\frac{gt_1}{c} = T_a$$

Однако это некорректное обоснование. Действительно, показания $Т_а$ часов (а) не являются "точкой зрения часов В", это показания "дистанционного наблюдения", а не результат теоретических вычислений. Согласно уравнению (I.31), использованному при выводе уравнения (IV.8), уравнение с точки зрения В для $Т_а$ должно иметь примерно такой вид:

$$T_a = \frac{t'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Но это уравнение не является уравнением *ускоренного* движения, рассматриваемого в задаче, это уравнение *инерциального* движения, без ускорения, оно определённо не описывает ни "точку зрения В", ни показания часов "станций" а.

Иначе говоря, ни из чего не следует, что вычисленное значение первого слагаемого в (IV.64) равно "наблюдаемому", то есть, действительному значению T_a.

Доказательство равенства вторых членов уравнений (IV.64) и (IV.8), произведённое рядом преобразований, также выглядит противоречиво. Действительно, на участке движения $t > t_1$ движение по условиям задачи является *инерциальным*, то есть, ускорение не просто не зависит от времени, оно равно нулю. Следовательно, второе слагаемое (IV.64) не равно второму слагаемому в (IV.8), поскольку равно нулю:

$$\frac{x_0}{c} th \frac{(g_{=0})t_1}{c} = \frac{x_0}{c} th0 = 0 \neq \frac{\beta_0^2 T'}{\sqrt{1-\beta_0^2}}$$

Приведённые выкладки, как видим, явно не содержат *гравитационных* положений общей теории относительности. Поэтому далее автор производит преобразования уравнения (IV.48) с введением представлений о силовом поле в системе *x, t*, в которой находятся часы B. Ускоренное движения часов происходит вследствие того, что на него действует некоторая сила, для описания которой формально вводится функция $\chi(x, t)$, определяемая условием:

$$\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)_{t=t_0} = -\frac{\partial\chi(x,t)}{\partial x} \qquad (IV.66)$$

Проведя вновь ряд чисто формальных преобразований с гиперболическими функциями, автор приходит к выражению

$$d\tau = \sqrt{\left(1+\frac{xg(t)}{c^2}\right)^2 - \frac{u^2}{c^2}} = \sqrt{1+\frac{2\chi}{c^2} - \left(\frac{u}{c}\right)^2}\,dt \qquad (IV.74)$$

Далее на основе вполне корректных логических и физических *рассуждений* автор приходит к заключению:

"Решая задачу о поведении движущихся часов в том новом варианте, который теперь имеется в виду, мы убедились, что можно игнорировать ускорение самой системы координат, введя взамен некоторое эффективное силовое поле (согласно Эйнштейну, поле тяготения)" [32, с.121].

Однако эти рассуждения не завешаются *обязательным* заключением, что показания часов А с точки зрения часов В в конечной точке *ускоренного* движения совпадают. Иначе говоря, считать эти рассуждения доказательным решением парадокса близнецов в формализме ОТО достаточных оснований нет.

8.6 Территория заблуждений

Медленное сближение часов

Существует довольно любопытное заблуждение: если двое часов сближаются с очень медленной скоростью, то их взаимное отставание будет минимальным:

"В этой связи существенно еще отметить, что если *достаточно медленно* перемещать часы a_2 в направлении к a_1 или, наоборот, a_1 к a_2 и в результате такого перемещения совместить в пространстве a_1 с a_2, то синхронизм данной пары часов в пределах сколь угодно малой погрешности Δt не нарушится" [32, с.49].

Такое же мнение высказано и в работе [24, с.48]:

"Чтобы исключить действие фиктивных сил на С и сохранить темп хода часов С как можно ближе к темпу часов А и В, перенос должен производиться как можно более медленно и плавно".

Однако это довольно завуалированная ошибка. Рассмотрим двое часов А и В, находящихся на расстоянии X друг от друга. Пусть часы В приближаются к часам А с двумя разными скоростями. В одном случае – это большая скорость V, в другом – маленькая скорость *v*. Вычислим, в каком из этих двух вариантах приближающиеся часы отстанут меньше.

В сущности, задача тривиальная. С точки зрения неподвижных часов А часы В приблизятся к ним через время:

$$t_A = \frac{X}{v} \quad или \quad t_A = \frac{X}{V}$$

Соответственно, по часам В пройдёт время:

$$t_B = \frac{X}{v}\sqrt{1-v^2} \quad или \quad t_B = \frac{X}{V}\sqrt{1-V^2} \quad (8.5.1)$$

Следовательно, отставание часов B от часов A будет равно:

$$t_A - t_B = \frac{X}{v}\left(1-\sqrt{1-v^2}\right) \quad или \quad t_A - t_B = \frac{X}{V}\left(1-\sqrt{1-V^2}\right)$$

Чтобы выяснить, в каком варианте отставание больше, разделим эти две разницы времён друг на друга:

$$\frac{\Delta t_v}{\Delta t_V} = \frac{V}{v}\left(\frac{1-\sqrt{1-v^2}}{1-\sqrt{1-V^2}}\right) \quad (8.5.2)$$

Из (8.5.1) можно заметить, что при максимально возможной скорости отставание часов B от часов A равно X/c, то есть, фактически часы B стояли и в момент встречи на разницу времён влияния не оказали. Вновь принимая c=1, сравним, каким будет отношение времён отставания для максимальной скорости V=c и какой-либо меньшей:

$$\frac{\Delta t_v}{\Delta t_V} = \frac{1-\sqrt{1-v^2}}{v} \quad (8.5.3)$$

Для оценки значения этой величины, найдем предел этого отношения при меньшей скорости, стремящейся к нулю. Очевидно, что это будет и в целом характеризовать это отношения. Итак:

$$\lim_{v\to 0}\frac{\Delta t_v}{\Delta t_V} = \lim_{v\to 0}\frac{1-\sqrt{1-v^2}}{v}$$

Непосредственно выражение вычислить сложно. Однако существует формула приближения для корня, используем его:

$$\lim_{v\to 0}\frac{\Delta t_v}{\Delta t_V} \approx \lim_{v\to 0}\frac{1-\left(1-v^2/2\right)}{v} = \lim_{v\to 0}\frac{v^2}{2v} \to \infty \quad (8.5.4)$$

Это означает, что чем *меньше* скорость сближения, тем *больше* отношение времени этого сближения по сравнению со временем сближения со скоростью света. Буквально это означает, что уменьшение скорости сближения часов приводит к увеличению времени отставания движущихся часов, вопреки распространённому мнению.

Однако, возможно возражение: ведь мы использовали приближённую формулу, причём сравнивали предельные скорости сближения. Ответ достаточно прост. Посчитаем это отношение просто для конкретных величин скоростей сближающихся часов, находящихся на расстоянии 1 световой год. Пусть в одном случае часы сближаются быстро, со скоростью $\sqrt{3}/2 \approx 0{,}866$ от скорости света, а во втором – со скоростью в половину скорости света. Согласно (8.5.2) имеем:

$$\frac{\Delta t_v}{\Delta t_V} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\frac{1 - \sqrt{1 - (\sqrt{3}/2)^2}}{1 - \sqrt{1 - (1/2)^2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \left(\frac{1 - 1/2}{1 - \sqrt{3}/2} \right) \approx 2{,}15$$

То есть, при большой скорости сближения $\approx 0{,}9$ от скорости света, приближающиеся часы отстанут почти в два раза меньше, чем при медленной скорости сближения $\approx 0{,}5$ от скорости света. Можно рассчитать отношение и для ещё более низкой скорости медленного сближения, например, 0,1 от скорости света. Тогда согласно (8.5.2) имеем:

$$\frac{\Delta t_v}{\Delta t_V} = \frac{1}{10} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\frac{1 - \sqrt{1 - (\sqrt{3}/2)^2}}{1 - \sqrt{1 - (1/10)^2}} \right) = \frac{1}{5\sqrt{3}} \times \left(\frac{1 - 1/2}{1 - \sqrt{99}/10} \right) \approx 11{,}5$$

Как видим, при ещё более медленной скорости сближения разница показаний часов возрастает многократно. Можно показать это отставание и в абсолютных значениях, а не как отношение к большой скорости движения. Согласно (8.5.1) при сближении со скоростью, равной половине скорости света, при встрече часы B отстанут на время:

$$t_B = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{1 - \sqrt{1 - (1/2)^2}} \right) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{1 - \sqrt{3}/2} \right) \approx 3{,}75 \ \textit{лет}$$

При сближении с десятой долей от скорости света, медленнее:

$$t_B = \frac{1}{10} \left(\frac{1}{1 - \sqrt{1 - (1/10)^2}} \right) = \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{1 - \sqrt{99}/10} \right) \approx 39{,}9 \ \textit{лет}$$

Наконец, отставание часов при быстром сближении со скоростью 0,866 от скорости света составит:

$$t_B = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{1-\sqrt{1-(\sqrt{3}/2)^2}}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\times\left(\frac{1}{1/2}\right) = \sqrt{3} \approx 1{,}73 \ \textit{лет}$$

Таким образом, если по условиям задачи желательно сблизить часы с минимальным влиянием лоренцева эффекта на движущиеся часы, сближение следует производить со световой скоростью. В рассмотренной задаче в этом случае отставание часов B от часов A составит:

$$t_B = 1\times\left(\frac{1}{1-\sqrt{1-(1)^2}}\right) = 1\times 1 = 1 \ \textit{год}$$

Добавим, что в цитируемой работе автор, судя по всему, предполагает, что лоренцевы эффекты наглядно проявляются главным образом при субсветовых скоростях. Однако представленные выкладки показывают, что даже при минимальных скоростях вклад эффектов лоренцева замедления часов оказывается существенно выше, чем при субсветовых скоростях.

Синхронное ускорение ракет

Ещё одно заблуждение в рассмотренной работе содержится в анализе ускоренного движения ракет в одном направлении и с одинаковыми ускорениями [32, с.72]:

"В этом ... примере, обоим партнерам (A и B) сообщается одинаковое ускорение относительно исходной инерциальной системы, однако они ускоряются в течение достаточно длительного времени, а именно около одного года (по земным часам). В данном случае ... A и B вначале покоятся в определенной инерциальной системе координат. В дальнейшем буквами X и T обозначим координаты этой системы. После завершения стадии ускорения A и B останавливаются в другой инерциальной системе (координаты x, t), скорость которой относительно X, T равна β_0" [32, с.73].

Заметим, что эта задача во многом повторяет известный парадокс Белла, в котором ракеты связаны тросом и, как верно указано, в процессе движения трос разрывается [32, с.77]. Как отмечено в цитируемой работе:

"Пусть в данном случае расстояние это дано в системе X, Г и равно $\Delta X_0 = const$. Нас интересует расстояние Δx между положениями тех же объектов А и В, но зафиксированными в системе x, t (в тот же момент времени Т).

Поскольку А и В – положения данных объектов, отмеченные одновременно в системе X, Т, положения их в системе x, t неодновременны" [32, с.74].

Напомним, что X, Т – это координаты инерциальной системы отсчёта, в данном случае неподвижной. Координаты x, t – координаты движущейся *инерциальной* системы отсчёта, в которой закреплены партнеры А и В. Изначально эта система двигалась ускоренно, но в некоторый момент времени ускорение прекратилось. Обратим внимание на следующее утверждение:

"... сначала "остановится" В, а позднее А (если В стартует впереди А в направлении положительных X – в направлении движения)" [32, с.74].

Далее в обозначения космонавтов вносятся изменения:

"В дальнейшем буквами a и b будем обозначать положения космонавтов А и В в системе x, t после "остановки" в этой системе их обоих" [32, с.74].

Немного ниже, приводится ещё одно условие задачи:

"... В начальный момент времени – момент старта, А находится на Земле, а В где-то на расстоянии ... $9x10^9$ см, т.е. ... около 100 тыс. км от А, т.е. от Земли. Расстояние ΔX между А и В в течение всего рассматриваемого времени ... остается постоянным, равным ΔX_0. Далее предположим, что А и В стартуют одновременно (в системе X, T), набирая скорость в направлении от А к В. Постоянное "собственное" ускорение g ... положим равным 10^{10} см/сек^2 ... Это ускорение сообщается космонавтам в течение времени T_0, равного примерно одному году, если время измеряется по часам, остающимся неподвижными на Земле (в системе, X, T). Положим $T_0 = 3x10^7$ сек. По истечении примерно одного года по земным часам (следовательно, одновременно по этим часам) моторы обоих космонавтов (А и В) выключаются. ... ясно, что в системе X, T траектории А и В тождественны. Прямолинейная траектория В лишь "сдвинута" в направлении от А к В на расстояние, равное $\Delta X_0 = 9 \times 10^9$ см, остающееся постоянным во время движения" [32, с.75].

Все эти замечания являются предварительными, описательными. Основные вычисления производятся после того, как по условиям задачи:

"А и В в конце концов останавливаются в системе *x*, *t*, но они все время движутся - вначале ускоренно, а затем равномерно, "если их рассматривать с точки зрения системы X, T (при T > 0)" [32, с.75].

Сразу же делается заключение, что:

"Эффект "постарения" одного из космонавтов относительно другого ... невелик. Окажется, что по завершении времени ускорения В стал старше А всего примерно на один месяц (или, точнее, на 1/10 часть года), если ... до старта оба они были ровесниками" [32, с.75].

Также в задаче ставится вопрос о расстоянии между космонавтами в остановившейся ИСО *x*, *t*, которое обозначено символом Δx_0. Для вычисления этих величин приводятся соответствующие выкладки, на основании которых получено $\Delta x_0 = 9 \times 10^{16}$ см [32, с.76].

Последующий анализ Доплер-эффекта, произведённый в статье можно дополнить таким наблюдением. С точки зрения каждого из космонавта, его напарник удаляется. Возникает резонный вопрос: медленнее движется отстающий – А, или быстрее движется опережающий – В? Ответ довольно интересный. Представим, что наряду с космонавтами А и В на тех же условиях стартовали ещё несколько космонавтов. Иначе говоря, все их ракеты на старте выстроились в равномерную цепочку. В процессе ускорения каждый из участников цепочки будет видеть, что впереди летящая ракета удаляется, а летящая позади – отстаёт, причём обе скорости равны. Следовательно, все космонавты, находясь в тождественных условиях, будут наблюдать эффект, схожий с космологическим расширением. Таким образом, можно сказать, что не ракеты удаляются друг от друга, а само пространство между ними расширяется, и это расширение связано с эффектами Лоренца.

"... момент времени, когда B мгновенно выключает свой мотор. ... положим, что мотор B выключается в момент времени t = 0. Перенесем теперь в момент времени t = 0 и $T_B = T_0$ начало координат системы X, T, совместив его с положением B в этот момент времени $T_B = T_0$, т.е. в момент выключения мотора B" [32, с.79].

Согласно описанным условиям:

"... можно теперь ... определить расстояние AB ... в момент времени t_A остановки мотора A" [32, с.80].

Здесь мы видим, что время остановки двух моторов A и B считается *разным*, то есть, новая инерциальная систем космонавтов возникает именно в этот момент, и теперь расстояние AB, обозначенное x_A, полностью принадлежит этой инерциальной системе отсчёта. Величина его определена как $x_A = \Delta x_0 = 9x10^{16}$ см.

Отмечено, что в системе *x*, *t* мотор B работал дольше мотора A, поэтому после остановки мотора A расстояние между A и B в этой системе возросло почти в десять раз. Порядок выключения моторов задан условиями задачи:

"Таким образом, B вынужден будет заключить, что по его часам в течение свыше месяца после того, как он сам выключил свой мотор, мотор A продолжал еще работать" [32, с.82].

И вновь мы обязаны возразить: утверждение о разном времени работы моторов *ошибочно*. Такой вывод сделан на основе следующих рассуждениях, так же верных лишь отчасти:

"Известно, что с часами A ничего "не случилось" и они по-прежнему тождественны часам B. Однако же верно и то, что они стали отставать относительно часов B. Они ведь движутся относительно B со скоростью, близкой к скорости света, а мы знаем, что в этих условиях, с точки зрения B, ход их "замедляется". Стрелки часов A и B были поставлены на нуль в момент старта" [32, с.82].

Далее приводятся выкладки, подтверждающие разное время на часах A и B после того, как оба мотора были остановлены. Сначала вычисляется собственное время остановки мотора B, то есть, показания часов B в момент остановки его мотора. Получено значение $\tau_0 \approx 50$ сек. Далее, на основе предыдущих рассуждений и выкладок получено также и собственное время А, время остановки его мотора. Получено значение $\tau_A \approx$ 6,5 сек. Делается вывод, что с момента остановки мотора в В, часы в А, то есть, до выключения мотора А по часам в системе В должно пройти ещё 6,5 секунд после остановки мотора В. На этом основании делается утверждение, что:

"Далее, отставание часов А от часов В нарастает и в момент выключения мотора А. Часы А, с точки зрения системы *x*, *t*, оказываются отставшими от В практически на $3x10^6$ сек., т. е. на 1/10 года ... Следовательно, в течение времени t = $3x10^6$ сек. они практически стояли" [32, с.84].

Пожалуй, теперь уже следует показать ошибочность приведённых выкладок. Изобразим расширенный вариант задачи в виде следующего рисунка:

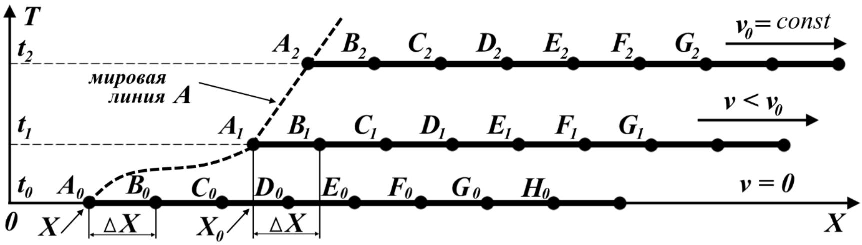


Рис.8.3 Иллюстрация к задаче с космонавтами [32, с.72]

Главное, на что следует обратить самое пристальное внимание – это строгая симметрия ситуации. Помимо космонавтов и часов А и В мы можем добавить на рисунок ещё несколько участников: C, D, E, F и так далее, задав им всем одни и те же условия движения – переменную скорость $v(t)$, движение с ускорением. В начальный момент времени показания всех часов установлены в ноль. По истечению некоторого времени T_0 рассмотрим, какова скорость каждой ракеты, и каковы показания на них с точки зрения неподвижной ИСО X-T. Очевидно, что каждый из наблюдателей в этой неподвижной ИСО, оказавшийся в этот момент времени рядом с соответствующей ракетой, *просто вследствие симметрии* обнаружит на движущихся часах одни и те же показания t_0. Более того, по замерам в неподвижной ИСО X-T расстояние между всеми этими неподвижными наблюдателями, так же *вследствие симметрии*, будет одно и то же – X_0, в точности равное расстоянию между ракетами в момент старта – ab = AB.

Действительно, это следует из очевидных и элементарных рассуждений. Ни одна из ракет не может достичь скорости света. Но если первая из ракет, двигаясь со скоростью 0,5c, удалится за время 10 секунд на расстояние 5 световых секунд, то летящая впереди неё десятая ракета за это же время, если исходить из представленного в работе решения задачи, должна удалиться на расстояние 50 световых секунд. Но это означало бы пятикратное превышение скорости света. Противоречие снимается, если признать, что расстояние между ракетами в ИСО X-T неизменно на всём протяжении полёта. С другой стороны, если каждая из ракет прошла один и тот же путь в неподвижной ИСО, то при равенстве остальных параметров движения, показания часов этих ракет в этой ИСО будут *тождественными*. С другой стороны, наблюдатель в каждой ракете увидит "за бортом", соответственно, в один и тот же момент времени по своим часам одни и те же показания внешних, неподвижных часов. Следовательно, если каждому из них будет дано указание выключить свой мотор в момент времени t_0 по своим часам, то в каждой движущейся ракете это будет соответствовать одним и тем же показаниям часов снаружи.

Однако выключение всех моторов означает, что с этого момента все ракеты движутся с одной и той же инерциальной скоростью, достигнутой ею за это время. Действительно, с точки зрения неподвижной ИСО в момент времени T_0 все они достигли одной и той же скорости, всё по той же *причине симметрии*. Точно так же и с точки зрения ракет все они по собственным наблюдениям в момент времени t_0 достигли одной и той же скорости, *также вследствие симметрии*. В противном случае мы можем задать такие условия движения, что самая дальняя, передняя ракета, например, миллионная по счёту, обязана достичь скорости выше скорости света, поскольку каждая впереди летящая ракета движется быстрее предыдущей.

Эти обстоятельства известны всем участникам, поэтому *единственным верным решением* задачи является то, что остановка всех моторов, даже не мгновенная, является *одновременной* как по их собственным часам, так и по часам "за бортом", и в результирующей ИСО ракет *x-t* показания всех часов *тождественны*, расхождений в их показаниях нет *никакого*.

8.7 Решение Бойера: вариационное исчисление

Если судить по названию статьи "Парадокс часов в ОТО" [17, с.240], то следовало бы ожидать как его формулировку, так и решение. Однако в статье приводятся выкладки, касающиеся лишь *части* парадокса: обоснованию опережения неподвижных часов с точки зрения движущихся. Конечно, это существенная часть решения парадокса часов, поскольку с точки зрения *движущихся* часов в формализме специальной теории относительности *неподвижные* часы должны отставать. Выкладки в отношении парадокса в статье имеют довольно фундаментальный, отвлечённый, если не сказать абстрактный вид. Как такового решения парадокса в них нет, каковым следует считать ответ на главный, сакральный вопрос парадокса: каково мнение двух участников о времени на неподвижных часах в момент возвращения путешественника.

Автор статьи указывает на возможность проведения некоторой параллели между подходами к парадоксу с точки зрения специальной и общей теорий относительности:

"Можно быть склонным занять аналогичную точку зрения в общей теории относительности, где $\int d\tau$ также измеряет собственный интервал времени в истории движущегося наблюдателя" [17, с.240].

Отметим, что речь идёт об интервале времени, собственном времени *движущегося* наблюдателя, величина τ_B которого при всех подходах меньше интервала собственного времени неподвижного близнеца τ_A. Формулировка парадокса в статье приведена точно, в традиционной форме:

"Многие считают, что это парадокс, демонстрирующий противоречивость специальной теории относительности; оборачивая аргумент, спрашивают, чьи же часы измеряют меньшее время" [17, с.240].

Отметим, что это исходный, изначальный вопрос парадокса. Ответ на него, по сути, бесспорен: меньшее время покажут часы движущегося наблюдателя. Менее очевидным является ответ на вопрос о взгляде двух участников на показания неподвижных часов. При ответе на исходный вопрос в статье делается (повторяется) традиционное замечание о неравноправии двух систем отсчёта, рассматриваемых в парадоксе: неподвижной и движущейся. Движущийся участник совершает переход из одной ИСО в другую. Но это замечание, следует заметить, всё-таки имеет слабую сторону. То, что движущийся участник *замечает* разворот, мы имеем полное право расширить и на эквивалентный парадокс *ровесников*, и даже обязаны это сделать. Движущийся участник строго в соответствии со специальной теорией относительности *обязан* понимать, что путь, по которому он удалился, является для него *движущимся* жёстким стержнем, испытавшим лоренцево сокращение и, следовательно, в состоянии покоя его длина больше. Действительно, по начальным условиям парадокса путь (железнодорожная линия), по которому движутся вторые часы, *закреплён* за первыми, неподвижными часами. Следовательно, с точки зрения движущегося участника время по часам всех неподвижных участников на этом пути также оказывается больше и в случае "оборачивания аргумента".

Тем не менее "оборачивание аргумента" в статье просто отбрасывается как некорректное. Соотношение $\tau_A > \tau_B$ отмечено как очевидное в специальной теории относительности *только* с точки зрения неподвижной системы отсчёта, о чём в статье явно не сказано, но о чём *можно* судить по приведённому в уравнении интервалу $\tau_A = t_2 - t_1$: интеграл лоренцева сокращения на этом интервале определённо, очевидно меньше самого интервала.

В статье рассмотрен пример (по ссылке), когда при развороте движущегося участника происходит нарушение соотношения $\tau_A > \tau_B$. Такое нарушение, по сути, *усиливает* парадокс близнецов, усложняет его решение теперь уже с использованием формализма общей теории относительности, поскольку эффект эквивалентной гравитации увеличивает расхождение мнений об инварианте собственного времени неподвижных часов.

В цитируемой статье отмечено, что парадокс возникает *исключительно* в рамках специальной теории относительности:

"Прежде всего это следствие специальной теории относительности" [17, с.239],

иначе говоря, к его появлению общая теория относительности не имеет непосредственного отношения, хотя и призвана его решить. Однако в цитируемой статье к его решению она привлекается не напрямую, а косвенно, через применение вариационного исчисления:

"... задача определения, является ли интервал собственного времени вдоль геодезической линии максимальным, есть объект для применения вариационного исчисления" [17, с.242].

Поясним, что в данном случае время по геодезической линии – это собственное время неподвижных часов, падающих в эквивалентном гравитационном поле часов, движущихся ускоренно:

"Таким образом, можно было бы ожидать, что собственное время по геодезической линии между двумя точками будет больше, чем по другому какому-либо пути, соединяющему те же точки" [17, с.242].

Собственно говоря, во всех известных решениях парадокса средствами общей теории относительности это обстоятельство считается очевидным и бесспорным. Приведённые выкладки вариационного исчисления показали, что

"... нарушение «парадокса часов» – признак существования сопряженной точки. Легко видеть, например, что парадокс часов всегда имеет место в пространстве – времени де Ситтера (структура космологического «установившегося равновесия») ..." [17, с.245].

Понятно, что такой вывод, констатация наличия парадокса определённо не является его решением, однако им не является и предложенная защита:

"В защиту тех, кто все же желает «решить» парадокс часов, можно указать ..."

... далее приводятся уравнения и рассуждения, связь которых с ожидаемым решением парадокса близнецов выглядит довольно туманной, и делается такой же не совсем ясный вывод:

"Так как все наблюдатели свободно падают, их роли теперь взаимозаменяемы в смысле второго раздела. И так как отмеченные ими времена равны в пределах $0(\sigma^3)$, здесь теперь также нет парадокса" [17, с.246].

Действительно, заключение довольно странное. Как понимать "нет парадокса"? Замечаем, что в начале фразы слово "решить" взято в кавычки, которые в таком контексте обычно подразумевают сомнение в корректности термина. Если нет парадокса, то и решать, конечно же, нечего. Однако, поскольку существование парадокса близнецов" – общепризнанный факт, то приведённые выкладки вновь следует признать отвлечёнными, не имеющими отношения к этому парадоксу. В заключение автор цитируемой статьи это, можно сказать, подтверждает прямо:

"Цель этой статьи – показать, каким образом хорошо известная техника вариационного исчисления ... может применяться к неопределенной метрике общей теории относительности" [17, с.246].

В этом смысле название статьи можно посчитать неточным, вводящим в заблуждение читателя, стремящегося разобраться с парадоксом близнецов, найти приемлемое, убедительное его решение.

8.8 Решение ОТО Gron

Рассмотрев решение парадокса в традиционном формализме специальной теории относительности, автор работы [4, с.4] пришёл к противоречию в предсказаниях близнецов относительно возраста близнеца, остававшегося неподвижным:

"Мы подозреваем, что чего-то не хватает в предсказании B о старении A, как указано выше. Давайте более подробно рассмотрим, что происходит с А, согласно В, когда В разворачивается на Альфа-Проксиме. Когда В ускоряется к своему брату, он испытывает поле тяжести вдали от А, который находится выше в этом гравитационном поле, чем он. Следовательно, как измерено двойником В, А на Земле стареет быстрее, чем В,

$$\Delta t_B \ B = 2v / g \quad (7)$$

когда В ускоряется" [4, с.4].

Следует отметить, что автор иногда, как в данном случае, использует выражения, *смысловое* происхождение которых неясно. Неясно, из чего в данном случае делается вывод, что А старее *быстрее*, чем В. В уравнении (7) величина ускорения *неизвестна*, во всяком случае, в статье до этого уравнения её значение мы не нашли.

Также неясно, какое *время* старения А используется в этом случае для сравнения. По предыдущим вычислениям с точки зрения В оно равно, 3.6 года, а фактически, с точки зрения А, оно равно 10 годам. Если исходить из описания к (7), то В должен постареть менее чем на 3.6 или 10 лет. Однако из уравнения это явным образом не следует.

Кроме этих неясностей есть и ещё одна. Уравнение (7) фактически описывает время, в течение которого произошёл разворот от прямой скорости v на обратную – минус v. Это обычное уравнение ньютоновой механики, которое показывает, что для изменении скорости движущегося тела на обратную с ускорением g потребуется указанное в нём время. Какое отношение это уравнение имеет к гравитационному замедлению времени, неясно. Более того, можно утверждать, что не имеет никакого отношения. Автор этого также не поясняет.

Далее автор приводит ещё одно уравнение, на источник которое даёт ссылку [4, с.4]:

"Если В имеет постоянное собственное ускорение, то из общей теории относительности следует, что связь между старением А и В [3, с.90 ур.4.48]

$$\Delta t_B \ A = \left(1 + \frac{gL_0}{c^2}\right) t_B \ B \qquad (8)"$$

Хотя теперь соотношение между временем старения близнецов и гравитационная причина его появления стали определёнными, недоверие к выкладкам только усилилось. Подставив в уравнение (8) значение из (7) автор получил итоговое выражение (9):

$$\Delta t_B\ A=\left(1+\frac{gL_0}{c^2}\right)\frac{2v}{g}=\frac{2v}{g}+\frac{2vL_0}{c^2} \qquad (9)$$

Вновь замечаем явное несоответствие трактовки уравнений с рассматриваемой задачей. Подставленное в (8) значение времени (7) – это время короткого участка пути, *время разворота* путешественника В. Следовательно, уравнение (8) и, соответственно, (9) *должны* показывать соотношение времён старения близнецов *только на этом* участке. Здесь же получается, что близнец В двигался замедленно на *всём* протяжении путешествия, то есть, время разворота близнеца В – это полное время его путешествия. О том, что фактически произошло изменение исходной задачи, в которой значительный участок траектории являлся инерциальным, но теперь его нет, автор не делает никаких пояснений, видимо, не замечая этого изменения. Но и на этом несоответствия не закончились. Анализируя уравнения (8) и (9), автор утверждает [4, с.4]:

"Когда земной близнец А вычислил свое старение и старение В во время его путешествия, он пренебрег временем, прошедшем на А при изменении скорости В на Альфа-Проксиме. Это означает, что его расчет верен только в пределе бесконечно большого ускорения, $g \to \infty$. Выражение для старения А, рассчитанное В в течение времени, когда В испытывает гравитационное поле, следовательно, уменьшается до

$$\Delta t_B\ A=\frac{2vL_0}{c^2}=2\cdot 0{,}8\cdot 4\ \ years=6{,}4\ \ years \qquad (10)\text{"}$$

Уравнение получено из (9) с указанным условием $g \to \infty$. Замечаем, что в этом случае задача превращается в известную задачу в СТО с мгновенным разворотом, поэтому все представленные выкладки в [4] выглядят излишними. Тем не менее, и здесь автор вновь допускает неточность. Как мы обнаружили, теперь уравнение (8) описывает ускоренное движение близнеца В на всём участке путешествия, от Земли до звезды. Если ускорение равно бесконечности, то, согласно (7), всё путешествие занимает *нулевой* отрезок времени. То есть, путешественник В никуда не летал. Однако автор вновь избегает такой трактовки и заявляет:

"Следовательно, общее старение А, как правильно предсказано В, равно

$$t_B\ A = t_B\ A_{OUT-IN} + \Delta t_B\ A = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\frac{2L_0}{v} + \frac{2vL_0}{c^2} = \\ = \frac{2L_0}{v} = 10\ \ years \tag{11}$$

в соответствии с собственным прогнозом А" [4, с.4].

Это утверждение, как и предыдущие неверно по той же причине *несоответствия*. Теперь автор складывает время движения из двух *разных* задач: инерциальное движение с мгновенным разворотом и ускоренное движение на всём пути. Выглядит это странно, поскольку получается, что путешественник проделал своё путешествие дважды: ускоренно с мгновенным разворотом и неинерциально. Причём во втором случае ускорение тормозящее, хотя *начальная* скорость путешествия для него не указана.

Хотя проблемы в приведённом решении выявлены достаточно отчётливо, следует отметить и ещё одно несоответствие, связанное с происхождением уравнения (8) по ссылке [3, с.90 ур.4.48]. Проблема состоит в том, что это уравнение в данной задаче *неприменимо* в принципе. Вкратце рассмотрим его происхождение.

Первым уравнением при его выведении является уравнение (4.32) в работе по ссылке [3, с.86], связывающее ускорения в неподвижной ИСО и в ИСО, движущейся со скоростью u:

$$a = \left(1 - u^2 / c^2\right)^{3/2} \hat{a} \tag{4.32}$$

Рассматривая частицу, движущуюся со скоростью u и ускорением g, учитывая, что g=du/dT, уравнение переписывается в следующем виде:

$$\frac{du}{dT} = \left(1 - u^2 / c^2\right)^{3/2} g \qquad (4.33)$$

Интегрированием и по условию, что в начальный момент времени скорость равна нулю, u(t) = u(0) =0 вычисляется уравнение скорости (верхнее уравнение в (4.34):

$$u = \frac{gT}{\left(1 + \frac{g^2T^2}{c^2}\right)^{1/2}} = \frac{dX}{dT} \qquad (4.34)$$

Поскольку выше у нас возникли сомнения в корректности рассмотренных выкладок, проверим и здесь, насколько корректно выполнены преобразования. Сразу же замечаем, что в скобках знак минуса изменился на плюс, что вызывает серьёзное недоверие. Просто проверим уравнение (4.34) дифференцированием:

$$du = d\,\frac{gT}{\left(1 + \frac{g^2T^2}{c^2}\right)^{1/2}} = cd\,\frac{\frac{gT}{c}}{\left(1 + \frac{g^2T^2}{c^2}\right)^{1/2}}$$

Для наглядности и краткости делаем замену переменных:

$$du = cd\,\frac{v}{\left(1 + v^2\right)^{1/2}} \qquad v = \frac{gT}{c} \qquad dv = \frac{g}{c}dT$$

Поскольку у нас дробь из функций, воспользуемся известным способом её дифференцирования:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Далее все преобразования делаем *предельно* детально, чтобы была возможность проверить вычисления во избежание ошибок. Находим производные:

$$du = cd\,\frac{v}{\left(1 + v^2\right)^{1/2}} = \frac{1 \times \left(1 + v^2\right)^{1/2} - v \times \frac{1}{2} \times \left(1 + v^2\right)^{-1/2} \times 2v}{\left(1 + v^2\right)} =$$

$$=\frac{\left(1+v^2\right)^{1/2}-v^2\left(1+v^2\right)^{-1/2}}{\left(1+v^2\right)}$$

Сокращаем на знаменатель:

$$du=\frac{\left(1+v^2\right)^{-1/2}-v^2\left(1+v^2\right)^{-3/2}}{1}=\left(1+v^2\right)^{-1/2}-v^2\left(1+v^2\right)^{-3/2}$$

Избавляемся от отрицательных показателей степени и приводим к общему знаменателю:

$$du=\frac{1}{\left(1+v^2\right)^{1/2}}-\frac{v^2}{\left(1+v^2\right)^{3/2}}=\frac{1+v^2}{\left(1+v^2\right)^{3/2}}-\frac{v^2}{\left(1+v^2\right)^{3/2}}=$$

$$=\frac{1+v^2-v^2}{\left(1+v^2\right)^{3/2}}=c\frac{1}{\left(1+v^2\right)^{3/2}}$$

Возвращаем заменённые переменные обратно:

$$du=c\left(1+v^2\right)^{-3/2}dv=c\left(1+\frac{g^2T^2}{c^2}\right)^{-3/2}\frac{g}{c}dT$$

И, наконец:

$$\frac{du}{dT}=g\left(1+\frac{g^2T^2}{c^2}\right)^{-3/2}$$

Как ни странно, но исходное уравнение (4.33) у нас не получилось, даже если принять, что u=gT.

$$\frac{du}{dT}=g\left(1+u^2/c^2\right)^{-3/2} \qquad (4.33a)$$

$$\frac{du}{dT}=g\left(1-u^2/c^2\right)^{3/2} \qquad (4.33)$$

Помимо разных знаков в скобках, также разные знаки имеют и показатели степени у скобок у нас и у автора. Конечно, такая проверка уравнений не являлась самоцелью, тем более что уже в уравнении (4.35) знак минус вернулся на своё место:

$$d\tau=\left(1-u^2/c^2\right)^{1/2}dT \qquad (4.35)$$

Тем не менее, проверим, как из него получено следующее уравнение, верхнее в (4.36). Далее используем "понимаемое" нашим редактором формул обозначение гиперболического синуса arsh вместо arcsinh. Как указывает автор, подстановка $u(T)$ и интегрирование с $\tau(0) = 0$ дает:

$$\tau = \frac{c}{g} arsh\left(\frac{gT}{c}\right) \qquad (4.36)$$

Для проверки вновь дифференцируем (4.36). Согласно справочнику, производная от этой функции равна:

$$\frac{d}{dx} arsh(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

Следовательно, дифференциал (4.36) равен:

$$d\tau = d\left[\frac{c}{g} arsh\left(\frac{gT}{c}\right)\right] = \frac{c}{g}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{g^2T^2}{c^2}}} \times \frac{g}{c} dT = \qquad (4.35a)$$

$$= \left(1+\frac{g^2T^2}{c^2}\right)^{-1/2} dT \quad \rightarrow \quad d\tau = \left(1+u^2/c^2\right)^{-1/2} dT$$

Как видим, знаки показателей степени и знаки внутри скобок в уравнениях противоположны. Фактически это означает, что уравнение (4.36) не может быть получено из (4.35). Подстановка $u(T)$ у автора не расшифрована, поэтому по внешнему виду смежных уравнений (4.36) и (4.35), а также (4.33) и (4.34) делаем предположение, что она имеет вид u(T)=gT. Сразу же отмечаем, что при такой подстановке знак в скобочных выражениях изменится, только если подстановка является мнимой величиной: u(T)=igT. В исследуемой главе Лекций [3] такая инверсия знака происходит постоянно без каких-либо пояснений. Мы не будем больше выяснять, повлияла ли такая инверсия на конечный результат, загадочную трансформацию без пояснений в уравнении (4.47) и итоговое уравнение (4.48). Этот результат нам кажется *неприменимым* в контексте предложенного автором решения парадокса близнецов [4, с.4]. Мы лишь обнаружили несколько крайне сомнительных выкладок в работах автора, что, на наш взгляд, служит серьёзным основанием для такого заключения о неприменимости.

Действительно, используемое уравнение (4.48), полученное, как мы отметили, в результате весьма странной логики, имеет вид:

$$d\tau = \left(1 + \frac{gx}{c^2}\right)dt$$

Описания этого уравнения следует назвать туманными. До уравнения сказано: "Часы в покое в ускоренной системе" и "Здесь dτ - собственное время, а dt - координатное время" – после уравнения [3, с.90]. Определённо они не указывают, какое всё-таки из этих времён относится к ускоренной системе отсчёта. Мы полагаем, что здесь dτ – собственное время в движущейся, ускоренной системе отсчёта, а dt – координатное на неподвижных часах. Если $g \to \infty$, то время во внешней системе отсчёта также стремится к бесконечности, что явно не соответствует решению в рассмотренной задаче с использованием этого уравнения. Также отметим, что условие бесконечности сводит к абсурду все рассмотренные выкладки, ведущие к этому уравнению. Например, в уравнении (4.36) дифференциал dτ сразу же обращается в ноль, и подстановка u(T)=gT теряет физический смысл, либо обращается в неопределённость при T = 0. Что интересно, время в ускоренной системе dτ может как опережать время dt в неподвижной системе ($g > 0$), так и отставать от него ($g < 0$). Это довольно странно, поскольку в обоих случаях неподвижная система падает в эквивалентном гравитационном поле, то есть, время в ней принято считать ускоренным. Здесь же получается, что это так только при удалении систем друг от друга. Если ускоренная система приближается к неподвижной, $g < 0$, то время в последней замедляется. На очень большом удалении друг от друга и некотором значении ускорения сближения время в ускоренной системе останавливается:

$$g = -\frac{c^2}{x} \quad \rightarrow \quad d\tau = \left(1 + \frac{gx}{c^2}\right)dt = \left(1 - \frac{c^2}{x} \times \frac{x}{c^2}\right)dt = 0$$

Кроме того, это уравнение не содержит в себе текущей скорости этой системы отсчёта. То есть, выглядит как уравнение красного смещения, замедления времени в гравитационном поле массивного тела. Действительно, если рассмотреть уравнение (4.1) в гл.4, приняв ускорение g = const, а скорость равной нулю, то есть, оставшееся гравитационное поле уже не эквивалентное, а реальное, поскольку движения нет, то мы приходим к этому уравнению (4.48):

$$d\tau = \sqrt{\left(1+\frac{xg(t)}{c^2}\right)^2 - \frac{u^2}{c^2}}dt = \sqrt{\left(1+\frac{xg}{c^2}\right)^2}dt = \left(1+\frac{xg}{c^2}\right)dt$$

Но в этом случае история появления уравнения (4.48) становится весьма противоречивой, поскольку изначально рассматривалось именно ускоренное *движение*. Видимо, правильнее рассматривать уравнение (4.48) как гравитационную *составляющую*, помимо лоренцева замедления, в *общем* замедлении времени при ускоренном движении, о чём, в частности, свидетельствует и производное от него уравнение [3, с.91 ур.4.50]:

$$d\tau = \sqrt{\left(1+\frac{gx}{c^2}\right)^2 - \frac{v^2}{c^2}}dt \qquad (4.50)$$

Вместе с тем, как показали расчёты в гл.4, эта составляющая не позволяет получить *инвариант* собственного времени неподвижной системы отсчёта, присутствует неустранимая погрешность порядка 4%. Связано это с тем, что эта величина, уравнение этой составляющей многими авторами отмечается как *приближённое* значение потенциала. Если же использовать уравнение (4.48) непосредственно к ускоренно движущейся системе, то получается довольно неожиданный результат. Действительно, пусть некая система движется с ускорением. Согласно (4.48) время в ней течёт быстрее, чем в неподвижной системе. Через некоторое время движущаяся система заменяет ускорение на противоположное:

$$d\tau = \left(1+\frac{gx}{c^2}\right)dt \qquad \to \qquad d\tau = \left(1-\frac{gx}{c^2}\right)dt$$

Следовательно, через какое-то время она остановится. Далее система совершает обратное движение, что приведёт к её возврату в исходную точку. Сначала с отрицательным ускорением, ускоренно приближаясь к исходной точке, затем с положительным ускорением, замедляя свою скорость до нуля в этой точке. Очевидно, что через каждую точку своего пути эта система пройдёт дважды, поэтому замедления её времени в каждой из этих точек в сумме дадут ноль:

$$2d\tau_{\rightarrow} + 2d\tau_{\leftarrow} = 2\left(1 + \frac{gx}{c^2}\right)dt + 2\left(1 - \frac{gx}{c^2}\right)dt = 4d\tau = 4dt$$

Получается, что близнец-путешественник, всё время двигавшийся ускоренно, вернувшись, будет того же возраста, что и остававшийся неподвижным близнец. Тем не менее, в работе [3] нет указаний, пояснений, описывает уравнение (4.48) красное гравитационное *смещение* или гравитационную *составляющую* в замедлении времени ускоренно движущейся системы. Но в решении парадокса близнецов [4, с.4] оно используется на этапе разворота непосредственно, самостоятельно, без учёта лоренцева замедления.

Таким образом, мы приходим к выводу, что использование уравнения (8) по ссылке [3, с.90 ур.4.48] неприменимо в рассмотренной задаче и условию $g \rightarrow \infty$, а предложенное решение парадокса близнецов на его основе является некорректным, содержащим, по сути, подмену понятий.

Кроме того, выше мы этого не указали сразу, но также некорректным мы считаем и никак не обоснованное исходное уравнение (4.32), отправную точку приведённых выкладок в [3]. Действительно, рассмотрим простой случай ускоренного движения космического корабля с наблюдателем В в системе отсчёта земного наблюдателя А [см. гл.4]. Пусть неизвестное ускорение с точки зрения неподвижной системы отсчёта А равно $-a$, то есть, это ускорение тормозящее, которое приведет, в конечном счете, к возврату наблюдателя В в исходную точку. Зададим время движения наблюдателя В с точки зрения Земли равным t_A, а начальную скорость удаления равной v_0. При этих условиях наблюдатель В вернётся в исходную точку с той же скоростью, но направленной противоположно. Очевидно, что при заданных условиях можно вычислить тормозящее ускорение, которое равно:

$$-v = v_0 - a_A t_A \quad \rightarrow \quad a_A = \frac{2v_0}{t_A}$$

Уравнение для скорости движения В имеет вид:

$$v_B = v_0 - a_A t$$

Подставляем в него вычисленное значение ускорения и находим:

$$v_B = v_0 - a_A t = v_0 - \frac{2v_0}{t_A} t = v_0 \left(1 - \frac{2t}{t_A}\right)$$

Поскольку нам известно, что время на корабле испытывает лоренцево замедление по отношению ко времени на Земле, мы можем по уравнению скорости корабля вычислить темп хода времени на нём и, соответственно, время в пути по его часам:

$$dt_B = dt_A \sqrt{1 - v_B^2} = dt_A \sqrt{1 - (v_0 - a_A t)^2}$$

Подставляя в уравнение известные исходные данные, находим интегрированием время в пути по часам корабля:

$$t_B = \int_0^{t_A} \sqrt{1 - \left(v_0 - \frac{2v_0}{t_A} t\right)^2}\, dt = \int_0^{t_A} \sqrt{1 - v_0^2 \left(1 - \frac{2t}{t_A}\right)^2}\, dt$$

Данный интеграл является табличным. Не приводя довольно тривиальных деталей интегрирования, запишем конечный результат. Время в пути до возврата по часам В при заданных условиях равно:

$$t_B = \frac{t_A}{v_0} \left(\frac{v_0}{2} \sqrt{1 - v_0^2} + \frac{1}{2} \arcsin v_0 \right)$$

Теперь рассматриваем параметры движения с точки зрения наблюдателя В. Как и с точки зрения А, наблюдатель В в начале движение имеет скорость v_0, поскольку она является инвариантом, а в конце, при повторной встрече, обратную скорость, $-v_0$. Следовательно, тормозящее ускорение с его точки зрения равно:

$$a_B = \frac{2v_0}{t_B} = 2v_0 \Bigg/ \frac{t_A}{v_0}\left(\frac{v_0}{2}\sqrt{1-v_0^2} + \frac{1}{2}\arcsin v_0\right) =$$

$$= \frac{2v_0}{t_A} \Bigg/ \left(\frac{1}{2}\sqrt{1-v_0^2} + \frac{1}{2v_0}\arcsin v_0\right)$$

Или более компактно:

$$a_B = \frac{2v_0}{t_A}\left(\frac{1}{2}\sqrt{1-v_0^2} + \frac{1}{2v_0}\arcsin v_0\right)^{-1}$$

Как видим, связь между ускорениями в неподвижной и в движущейся системах отсчёта имеет совершенно иной вид, если определять её в *конкретных* условиях движения:

$$a_A = a_B\left(\frac{1}{2}\sqrt{1-v_0^2} + \frac{1}{2v_0}\arcsin v_0\right)$$

против уравнения (4.32) в анализируемых Лекциях с тем отличием, что в них это уравнение приведено без каких-либо обоснований:

$$a = \left(1 - u^2/c^2\right)^{3/2}\hat{a}$$

Объединяет эти два уравнения то, что в обоих случаях ускорение в движущейся системе отсчёта *больше*, чем ускорение с точки зрения неподвижной системы.

Выводы

Приведённые только что основания дают нам полное право заявить, что выкладки в работе [4] не могут рассматриваться как корректное решение парадокса близнецов в формализме общей теории относительности, поскольку они содержат, по сути, подмену понятий.

Решением парадокса близнецов следует считать строгое *аналитическое* или *точное* численное доказательство инвариантов времени каждого из близнецов. Собственное время каждого близнеца должно быть одним и тем же с точки зрения каждого из них. Эквивалентным является парадокс трёх ровесников, два их которых находятся на некотором расстоянии друг от друга, а третий перемещается между ними.

В подавляющем большинстве работ по парадоксу близнецов присутствует *описательная* аргументация, без строгих аналитических выкладок, что не позволяет рассматривать их как *обоснованное* решение парадокса.

Детальное решение Мёллера для линейного движения часов содержит ошибки. Верный итог решения получен путём подмены понятий, подгонкой уравнений под известный результат. Решение парадокса, причём *исключительно* средствами специальной теории относительности, может быть получено после исправления некорректных подстановок и в рамках использованных в решении допущений – мгновенного разворота. Формализм общей теории относительности в случае мгновенного разворота на самом деле не используется, поскольку гравитационный вклад в темпы хода часов сводится к нулю.

Решение парадокса во вращающейся системе отсчёта в работе Мёллера на самом деле является некорректным: использована подмена понятий, подстановка одной и той же, вычисляемой величины в обе части уравнения, справа и слева от знака равенства. Фактически инвариант времени неподвижных часов приравнен самому себе. С точки зрения движущихся часов инвариант этого времени не доказан.

В доказательстве использовано уравнение общей теории относительности для гравитационного замедления темпа хода часов. Хотя уравнение содержит *приближённые* значения параметров, решение представлено как *точное*, что, очевидно, свидетельствует о его ошибочности, о чём свидетельствуют численные вычисления и этими параметрами.

Решения парадокса в работе Скобельцына следует признать неполными и недостаточно корректными.

Вопреки распространённому мнению вклад эффектов Лоренца в замедление времени в движущейся ИСО тем *выше*, чем *ниже* их относительная скорость.

Выкладки по парадоксу часов, движущихся с субсветовой скоростью [32, с.72], содержат ошибочные предположения относительно одновременности и ведут к неверным выводам.

Представленные в этой работе решения парадокса с ускоренным движением содержат неточности. Определение показаний удалённых часов А при $t = t_1$, в конце интервала ускоренного движения часов В как с их точки зрения, так и с точки зрения неподвижной системы отсчёта А, опирается на некорректные основания.

В уравнениях (I.31), (IV.4) и (IV.6) эта величина определена быть не может, поскольку они неприменимы к неинерциальному движению, что отмечает и сам автор:

"... применявшееся нами при рассмотрении инерциальных систем выражение для dT_A/dt в случае неинерциальных систем отсчета неприменимо" [32, с.106].

Приведённые доказательства инварианта собственного времени неподвижных часов содержат противоречия, поэтому выкладки не позволяют сделать вывод о равенстве показания часов А с обеих точек зрения [32, с.103]. Таким образом, решение парадокса как инвариантов собственного времени следует признать некорректным.

9 Тахионная теория относительности

9.1 Вывод уравнений Лоренца из интервала в СТО

Для формирования уравнений тахионной теории относительности мы воспользуемся алгоритмом преобразования релятивистского интервала. Покажем обоснованность этого метода на примере его использования для формирования основных уравнений специальной теории относительности.

В основу формализма специальной теории относительности положены два принципа, постулата – принцип относительности и инвариант скорости света. Все выводы теории – преобразования Лоренца могут быть получены, исходя из любого из этих двух постулатов [48]. Вместе с тем, инвариант скорости света положен также и в основу ещё одного важного инварианта теории относительности – инварианта интервала:

$$ds^2 = -c^2dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Взаимная связь этих двух инвариантов настолько сильна, что все те же выводы специальной теории относительности могут быть получены также и из инварианта интервала. Все положения специальной относительности, по сути, являются одномерными. Действительно, каким бы ни было инерциальное движение в пространстве, мы всегда можем выбрать систему координат, одна из осей которой совпадает с направлением этого движения. Все иные, не коллинеарные ИСО в этом случае обязательно имеют составляющую движения, совпадающую с этим направлением. Их ортогональные составляющие не влияют на результат по основному направлению, поэтому могут считаться отсутствующими. Таким образом, для описанного одномерного движения инвариант приобретает вид:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2$$

Как известно, для времениподобных, традиционных, вещественных ИСО инвариант является отрицательной величиной, то есть, правильной в этом случае является запись:

$$-ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2$$

Произведём преобразования

$$\frac{ds^2}{c^2} = dt^2 - \frac{dx^2}{c^2}$$

Отношение двух инвариантов – интервала и скорости света – имеет размерность времени и в теории относительности имеет отдельное название – собственное время в движущейся системе отсчёта:

$$d\tau^2 = dt^2 - \frac{dx^2}{c^2}$$

Отсюда, учитывая, что отношение dx/dt – это скорость движения этой ИСО, получаем:

$$d\tau = dt\sqrt{1 - \frac{dx^2}{dt^2 c^2}} = dt\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Поскольку при инерциальном движении значение скорости неизменно, интегрированием находим одно из первых выражений преобразований Лоренца:

$$\tau = \int d\tau = \int dt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\int dt = t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \quad (9.1.1)$$

Простым преобразованием этого уравнения находим основное уравнение Лоренца для времени:

$$\tau = \frac{t\left(1-v^2/c^2\right)}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{t-tv^2/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{t-xv/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

Или в традиционной записи:

$$t' = \frac{t-xv/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (9.1.2)$$

Здесь учтено, что произведение tv – это текущая координата ИСО. Отметим, что это уравнение Эйнштейн выводит более формально, рассматривая лучи света, движущиеся в прямом и обратном направлении [39, с.201]. Следующее уравнение для расстояний получаем умножением на скорость

$$\tau v = tv\sqrt{1-v^2/c^2} \to x' = x\sqrt{1-v^2/c^2} \quad (9.1.3)$$

Это уравнение обычно записывается в ином виде, где учтено, что наблюдатель в движущейся ИСО находится не в начале координат:

$$x' = \frac{x-xv/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (9.1.4)$$

Обобщённо все преобразования Лоренца можно записать в одну строку:

$$t = \frac{t'+vx'/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad x = \frac{vt'+x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad y = y', \quad z = z'$$

Из этих преобразований следует, что в движущейся ИСО время течёт замедленно (9.1.1), а длина движущегося отрезка укорачивается (9.1.3). Ещё одним следствием преобразований Лоренца является относительность одновременности, которая следует из уравнений (9.1.2). Действительно, пусть в движущейся ИСО в точках x'_1 и x'_2 в один и тот же момент времени t' произошли два события, которые, следовательно, в этой ИСО являются одновременными. Сразу же замечаем, что в неподвижной ИСО эти же два события уже произошли в разное время t_1 и t_2:

$$t_1 = \frac{t' + vx_1'}{\sqrt{1-v^2}}, \quad t_2 = \frac{t' + vx_2'}{\sqrt{1-v^2}}$$

То есть, два события, одновременные в одной ИСО, оказываются разновременными в другой ИСО. Это явление и получило название относительности одновременности или относительного характера одновременности [30, с.275]:

$$t_2 - t_1 = \frac{t' + vx_2'}{\sqrt{1-v^2}} - \frac{t' + vx_1'}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{v(x_2' - x_1')}{\sqrt{1-v^2}}$$

Ещё одним специфическим уравнением специальной теории относительности является формула для сложения скоростей двух ИСО, движущихся относительно третьей:

$$v_3 = \frac{v_1 + v_2}{v_1 v_2 + 1}$$

Хотя выводится она довольно просто, но этот способ мы считаем некорректным: суммарная скорость равна простому отношению уравнений, делению (9.1.4) на (9.1.2) с заменой отношений x/t на соответствующие скорости. Этот способ имеет различные варианты, но все они принципиально эквивалентны друг другу.

Легко заметить, что при любом соотношении скоростей движущихся ИСО их результирующая относительная скорость всегда меньше скорости света. Перепишем это уравнение в следующем виде

$$v_3 = v_1 - v_1 + \frac{v_1 + v_2}{v_1 v_2 + 1} = v_1 + \frac{v_1 + v_2 - v_1^2 v_2 - v_1}{v_1 v_2 + 1} = v_1 + v_2 \frac{1 - v_1^2}{1 + v_1 v_2}$$

Это уравнение описывает движение ИСО 2 в ИСО 1 с точки зрения некой неподвижной ИСО 3. Как видим, суммарная скорость никогда не бывает меньше скорости "несущей" ИСО 1. Более того, суммарная скорость v_3 всегда больше этой скорости v_1, причём "доля" скорости v_2, добавляемая к скорости v_1, зависит от величин двух этих скоростей.

Следует отметить, что вывод формулы сложения скоростей у Эйнштейна имеет несколько странный вид. В самом первом уравнении теоремы сложения скоростей у него записано [37, с.20]:

$$x = \frac{\omega_\xi + v}{1 + \frac{v\omega_\xi}{V^2}} t$$

По сути, это уже и есть формула для сложения скоростей, однако без отчётливых обоснований и начальных условий:

$$U = \frac{x}{t} = \frac{\omega_\xi + v}{1 + \frac{v\omega_\xi}{V^2}}$$

Здесь ω_ξ – это составляющая скорости точки в движущейся системе отсчёта, совпадающая с направлением *x*, которая в работе Эйнштейна уклончиво названа *постоянной*, а V – скорость света. Очевидно, что ортогональная к оси X составляющая скорости ω может быть принята равной нулю, то есть, $\omega_\xi = \omega$, поэтому:

$$U = \frac{\omega + v}{1 + \frac{v\omega}{V^2}}$$

и мы получаем традиционную формулу сложения скоростей, а дальнейшие выкладки в работе Эйнштейна становятся просто её дублированием, теряют смысл.

Однако в этом выводе формулы можно обнаружить ещё одну некорректность. Действительно, делается допущение:

$$U^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2$$

Вновь укажем, что мы рассматриваем только коллинеарное движение, то есть, отсутствие движения по ортогональной оси, несомненно, являющееся лишним, к задаче отношения не имеющим. Следовательно:

$$U^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2$$

Но по условиям задачи дробь справа – это v – относительная скорость двух ИСО k и K, не имеющая никакого отношения к скорости движения точки. То есть, полагая V = 1, получаем:

$$v = \frac{\omega + v}{1 + v\omega}$$

Ранее мы уже обнаружили, что это уравнение имеет единственное решение: $v = 1$ (ω – любая) и/или ω = 0 (v – любая).

Сигнализация в прошлое в СТО

Поскольку наша цель сформировать преобразования Лоренца для тахионной, то есть, сверхсветовой теории относительности, отметим, что попытки расширить формализм специальной теории относительности на сверхсветовые сигналы, предпринимаются буквально с момента её появления. Казалось бы, согласно основным выводам теории такие сигналы в ней физически невозможны, однако допустимость такого расширения получила всеобщее признание.

Тем не менее, такой подход, несомненно, является ошибочным, поскольку сверхсветовые сигналы в СТО неизбежно приводят к причинным парадоксам, к передаче сигнала в прошлое. Проблема неразрешима в принципе, поэтому в научных кругах её либо замалчивают, либо рассматривают вскользь как проблему, которая лишь *пока* не решена. Например, Толмен, один из первых исследователей, обративших внимание на такой парадокс, отмечал (здесь и далее перевод наш):

"... для наблюдателя в системе S' эффект, возникающий в точке B, будет *предшествовать* по времени своей причине, которая возникает в точке A. Такое состояние дел не может быть логической невозможностью; тем не менее, его необычная природа может склонить нас к мысли, что ни один причинный импульс не может распространяться со скоростью, большей скорости света" [12, с.55].

Как видим, сказано довольно уклончиво: "склонить к мысли". Причём эта невозможность относится только к причинным связям. Далее он "мимоходом указывает", что при отсутствии таких связей сверхсветовые сигналы возможны. Однако затем он приводит пример, в котором сигнала как такового на самом деле нет, а есть набор *несвязанных* событий [12, с.55; 52]. К указанным выводам Толмен пришёл в результате рассмотрения следующей задачи:

"Рассмотрим две точки A и B на оси X системы S и предположим, что некоторый импульс возникает в точке A, движется к B со скоростью u, а в точке B вызывает некоторое наблюдаемое явление, начало импульса в точке A и возникающее в результате явление в B, таким образом, будучи связанным отношением причины и следствия" [12, с.54].

Сразу же отметим, что здесь явно обозначены две системы отсчёта: ИСО S часов A, B и ИСО S' импульса, движущегося с относительной скоростью u. Ситуация рассматривается с точки зрения часов, ИСО S [12, с.54]:

"Время между причиной и ее следствием, измеренное в единицах системы S, очевидно, будет

$$\Delta t = t_B - t_A = \frac{x_B - x_A}{u}, \quad (28)$$

где x_A и x_B - координаты двух точек A и B. Теперь в другой системе S', которая имеет скорость V относительно S, время между причиной и следствием, очевидно, будет

$$\Delta t' = t'_B - t'_A = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\left(t_B - \frac{V}{c^2}x_B\right) - \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\left(t_A - \frac{V}{c^2}x_A\right),$$

где мы заменили t'_B и t'_A в соответствии с уравнением (12). Упрощая и вводя уравнение (28), получим

$$\Delta t' = \frac{1 - uV/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\Delta t \quad (29)$$

Заметим, что промежуточные преобразования для (29) в книге опущены. Для справки приведём упомянутое в цитате уравнение (12), которое было использовано в этих преобразованиях:

$$t' = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\left(t - \frac{V}{c^2}x\right)$$

Рассмотрим первое слагаемое в исходном уравнении для Δt', имеющее такой же вид. Проделаем с ним те же преобразования, что привели к уравнению (29), вынесем за скобки значение времени t_B:

$$t'_B = \frac{t_B}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\left(1 - \frac{V}{c^2}\frac{x_B}{t_B}\right)$$

Совершенно очевидно, что уравнение описывает соотношение показаний часов В с точек зрения двух ИСО – S и S'. Сразу же возникает резонный вопрос, что обозначает отношение x_B/t_B? Понятно, что это скорость. Но скорость чего? У нас в наличии две ИСО, движущиеся с относительной скоростью V. В одной из ИСО, закреплены часы В, показывающие, по всей видимости, время – t_B в собственной системе покоя, в ИСО S. Какую скорость мы можем приписать этим часам, если в рассматриваемой системе двух ИСО вообще нет больше никаких движущихся объектов? Очевидно, просто ввиду отсутствия каких-либо иных скоростей мы *вынуждены*, *обязаны* присвоить этому отношению значение V, которое имеет вполне логичное обоснование – это скорость движения часов В относительно внешней ИСО S'. Причём отсчёт времени ведётся от момента совпадения часов В с началом координат системы S' и показаний часов t = t' =0.

Автоматически возникают такие же вопрос и ответ на него по отношению к часам А: отношение x_A/t_A – это не что иное, как скорость V этих часов по отношению к внешней ИСО. Но в этом случае уравнение (29) неизбежно приобретает совершенно иной вид:

$$\Delta t' = \frac{1 - V^2/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}\Delta t = \Delta t\sqrt{1 - V^2/c^2} \qquad (29a)$$

Кроме того, в анализируемых выкладках отсутствует суммирование скоростей ИСО, хотя по отношению к системе S' импульс движется внутри *движущейся* ИСО. Таким образом, проведённый анализ является веским, *неоспоримым* основанием признать ошибочными и уравнение Толмена (29) и сделанные из него выводы:

"... мы могли бы ... взять скорость u достаточно большой, чтобы uV/c^2 было больше единицы и $\Delta t'$ становилось отрицательным"[12, с.55].

Это невозможно ни физически, ни математически, поскольку в итоговом уравнении (29) должна присутствовать только одна скорость – V, как показано в исправленном уравнении (29а). Вместе с тем ошибочность доказательства Толмена не отвергает явление нарушения причинности и сигнализации в прошлое при расширении специальной теории относительности на сверхсветовые сигналы. Действительно, во всех работах, посвящённых исследованию тахионов, частиц, движущихся быстрее света, рассматриваются подобные парадоксальные явления. Однако и в них они рассматриваются лишь как некая проблема, которую, *видимо*, решить можно. Одним из основных способов решения причинных парадоксов признан так называемый принцип реинтерпретации [50]. Путём искусственного обращения свойств частиц последовательность событий меняется на противоположную [41, 15, 16, 33]. При этом возникающие у сверхсветовых объектов мнимые физические характеристики по необъяснимой причине проблемой не считаются [41, с.120, с.73; 53].

Пожалуй, самой серьёзной проблемой для специальной теории относительности стало обнаруженное в квантовой механике явление нелокальности [49]. Сверхсветовое взаимодействие запутанных частиц, квантовая телепортация явно требовали признания наличия какого-то *носителя* передаваемой частицами информации. Поскольку такой носитель до настоящего времени (2019 год) не обнаружен, стали говорить, что нелокальность не противоречит теории относительности, так как с её помощью классическая информация не передаётся. Однако существует устройство, предположительно позволяющее такую сигнализацию осуществить, – сверхсветовой семафор [46].

Ещё одним продвижением идеи сверхсветовой специальной теории относительности стала так называемая тахионная механика [7, 11]. Хотя в наименовании теории и использовано название сверхсветовой частицы, в отличие от рассматриваемой далее тахионной теории относительности, тахионная механика фактически является всё той же специальной теорией относительности, дополненной принципом переключения (реинтерпретации):

"ii) такая тахионная механика недвусмысленно и однозначно происходит от СТО..." [11].

Все выводы при исследовании сверхсветовых сигналов в СТО, как указано, затеняют сигнализацию в прошлое, нарушение причинности и взаимоисключающие предсказания [53]. На это, собственно, все эти исследования и нацелены. Принимается, что парадоксы такой сигнализации можно обойти либо реинтерпретацией, либо отказом от создания замкнутых циклов. Например, классический парадокс дедушки может быть преодолён, если внук, переместившийся в прошлое, просто откажется от приписываемых ему криминальных целей. Однако противоречие сверхсветовой сигнализации второму постулату СТО *неизбежно* ведёт к тому, что теория *вынуждена* делать взаимоисключающие предсказания, что для любой научной теории *недопустимо*.

9.2 Вывод уравнений Лоренца из интервала в ТТО

Как показано, все положения специальной теории относительности прямо следуют из релятивистского интервала, когда рассматривается времениподобное, вещественное, тардионное значение его квадрата, являющееся отрицательной величиной. Но у квадрата интервала существует также и тахионное значение. Для таких пространственноподобных объектов, тахионов квадрат интервала имеет положительное значение:

$$+ds^2 = -c^2dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \rightarrow +ds^2 = -c^2dt^2 + dx^2$$

Проделав для этого интервала те же преобразования, мы приходим к уравнениям Лоренца несколько иного вида:

$$\frac{ds^2}{c^2dt^2} = -1 + \frac{dx^2}{c^2dt^2}$$

или

$$\tau = t\sqrt{v^2/c^2 - 1} \quad \rightarrow \quad t' = t\sqrt{v^2 - 1}$$

В формализме тахионной теории относительности уравнение преобразований Лоренца для времени в этом случае имеет вид:

$$t' = \frac{t(v^2 - 1)}{\sqrt{v^2 - 1}} = \frac{tv^2 - t}{\sqrt{v^2 - 1}} = \frac{xv - t}{\sqrt{v^2 - 1}}$$

И, соответственно, уравнение для координаты:

$$x' + vt' = x\sqrt{v^2 - 1} \quad \rightarrow \quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{v^2 - 1}}$$

Замечаем, что при скорости тахионной ИСО, равной √2c ≈ 1,4c исчезают все релятивистские эффекты – изменение темпа течения времени, изменение длины движущегося объекта. На интервале от 1,4c до скорости света будут наблюдаться традиционные эффекты Лоренца – замедление времени и сокращение движущихся тел, а при скоростях, больше 1,4c – обратные эффекты: ускорение времени и удлинение движущихся тел.

Также обращаем внимание на то, что все традиционные мнимые физические характеристики тахиона [41] исчезают. Вопрос о применимости специальной теории относительности к сверхсветовым сигналам получает окончательный ответ: неприменима.

Из анализа полученных преобразований Лоренца для тахионной ТО видим, что относительность одновременности наблюдается и в формализме тахионной ТО:

$$t_2 - t_1 = \frac{x_2'v - t'}{\sqrt{v^2 - 1}} - \frac{x_1'v - t'}{\sqrt{v^2 - 1}} = \frac{x_2'v - t' - x_1'v + t'}{\sqrt{v^2 - 1}} = \frac{v(x_2' - x_1')}{\sqrt{v^2 - 1}}$$

Теперь найдём уравнение для суммирования скоростей. Для этого несложно найти обратное преобразование тахионного уравнения Лоренца для времени, которое имеет вид:

$$t = \frac{vx' + t'}{\sqrt{v^2 - 1}}$$

Теперь, как и для специальной теории относительности, обобщённо запишем в одну строку тахионные обратные преобразования Лоренца:

$$t = \frac{t' + vx'}{\sqrt{v^2 - 1}}, \quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{v^2 - 1}}, \quad y = y', \quad z = z'$$

Делим второе уравнение на первое и находим формулу для сложения скоростей в тахионной ТО:

$$v_3 = \frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2}$$

Как видим, формула совпадает с такой же формулой в специальной теории относительности. Как можно заметить, и в этом случае при любом соотношении скоростей движущихся тахионных ИСО их результирующая относительная скорость всегда меньше скорости света, что определённо выглядит как противоречие:

$$v_3 = \frac{1{,}1 + 1{,}2}{1 + 1{,}1 \times 1{,}2} = \frac{2{,}3}{2{,}32} < 1$$

$$v_3 = \frac{3 + 2}{1 + 3 \times 2} = \frac{5}{1 + 6} < 1$$

$$v_3 = \frac{300 + 200}{1 + 300 \times 200} = \frac{500}{60'001} << 1$$

Можно предположить, что это противоречие возникло вследствие отмеченной ранее некорректности методики, использованной для вывода формулы сложения скоростей.

Сигнализация в прошлое в тахионной ТО

Как показал Толмен, сверхсветовые сигналы в СТО приводят к обращению причинно-следственной связи, то есть, к сигнализации в обратном направлении времени, в прошлое. В тахионной теории относительности сверхсветовые скорости присутствуют изначально, поэтому возникает вопрос, существует ли и в ней такой же эффект?

Хотя методику Толмена для выявления этого эффекта мы определили как ошибочную, все-таки вновь воспользуемся ею, теперь уже в рамках тахионной ТО. Используем тахионное преобразование для времени:

$$t' = \frac{xv - t}{\sqrt{v^2 - 1}}$$

Рассмотрим вкратце задачу Толмена с этим уравнением:

$$\Delta t' = \frac{Vx_B - t_B}{\sqrt{V^2 - 1}} - \frac{Vx_A - t_A}{\sqrt{V^2 - 1}} = t_B \frac{Vv - 1}{\sqrt{V^2 - 1}} - t_A \frac{Vv - 1}{\sqrt{V^2 - 1}}$$

После несложных преобразований находим:

$$\Delta t' = \frac{Vv - 1}{\sqrt{V^2 - 1}} \Delta t$$

Как и в СТО, сигнализация в прошлое возникает, если дробь отрицательна, что будет, если V*v* меньше единицы. То есть, в тахионной ТО сигнализации в прошлое наблюдается при значениях скоростей $Vv < 1$. Сразу же замечаем явную странность, если не абсурдность этого соотношения. Получается, что если скорость ИСО равна, например, 10с, то скорость сигнала от А к В в 100 раз меньшая скорости света приведёт к передаче сигнала в прошлое, обращению причинно-следственной связи, поскольку $Vv = 10 \times 0{,}01 < 1$.

Вместе с тем отметим, что рассмотренная сигнализация в прошлое как в выкладках Толмена, так и в тахионной ТО на самом деле *кажущаяся*, поскольку действительный обмен сигналами произведён в собственной ИСО, а то, что "видится" из относительной ИСО – это, разумеется, только видимость.

9.3 Тахионный парадокс Эренфеста

В тахионной теории существуют аналоги парадоксов специальной теории относительности: парадокс Эренфеста [51], парадокс Белла для ускоренных ракет и другие. Рассмотрим кратко тахионную версию парадокса Эренфеста, используя ту же методику, что и для СТО.

Тангенциальная скорость каждой точки обода $v_i = \omega R_i$. В тахионной ТО, как определено в предыдущем разделе, уравнения Лоренца показывают *увеличение* длины движущегося объекта. Поэтому, традиционно принимая скорость света, равной единице, увеличенную длину окружности каждого обода определяем следующим образом:

$$L_i = 2\pi R_i \sqrt{v_i^2 - 1} \quad (9.3.1)$$

Рассмотрим два обода: внешний с исходным радиусом R_0 и один из внутренних – R_1, пусть $R_1 = kR_0$, где $k = 0\ldots1$. Из (9.3.1) получаем:

$$L_1 = 2\pi kR_0\sqrt{k^2 v_0^2 - 1}$$

$$L_0 = 2\pi R_0\sqrt{v_0^2 - 1}$$

При "раскручивании" диска эти два обода увеличили свою длину. Следовательно, их новые радиусы равны:

$$R_{1\omega} = \frac{L_1}{2\pi} = kR_0\sqrt{k^2 v_0^2 - 1}$$
$$R_{0\omega} = \frac{L_0}{2\pi} = R_0\sqrt{v_0^2 - 1} \qquad (9.3.2)$$

Уравнения определённо показывают увеличение радиуса каждого обода, отрицать которое нет никаких разумных оснований. Это весьма странное выражение с полным основанием можно назвать поперечным тахионным эффектом Лоренца. Действительно, выражения (9.3.2) определенно *выглядят* как уравнения преобразований Лоренца для радиуса:

$$R = R_0\sqrt{v_0^2 - 1}$$

Строго в соответствии с предсказаниями тахионной ТО радиусы колеса испытывают такое же *эквивалентное* лоренцево удлинение, как и обод колеса. Должно быть понятно, что это всего лишь *следствие* увеличения длины окружности, своеобразный эффект удавки, но совпадение весьма показательно. Теперь найдем отношение радиусов ободов после раскрутки, которое равно:

$$\frac{R_{1\omega}}{R_{0\omega}} = \frac{kR_0\sqrt{k^2 v_0^2 - 1}}{R_0\sqrt{v_0^2 - 1}} = k\sqrt{\frac{k^2 v_0^2 - 1}{v_0^2 - 1}}$$

Выражение показывает, что отношение радиусов смежных слоёв зависит от тангенциальных скоростей ободов. Нас должно заинтересовать, какой может быть скорость вращения, чтобы радиусы, отличающиеся в k раз в неподвижном состоянии, после раскрутки *сравнялись*. Видимо, это будет предельная скорость, после которой слои начнут "наползать" друг на друга, препятствуя увеличению скорости вращения. Вычислим это отношение для такого условия:

$$\frac{R_{1\omega}}{R_{0\omega}} = k\sqrt{\frac{k^2 v_0^2 - 1}{v_0^2 - 1}} > 1 \quad (9.3.3)$$

Знак неравенства означает, что при некотором значении k внутренний обод R_1 окажется больше внешнего R_0, в результате чего возникает парадокс. Возводим в квадрат обе части правого равенства и делаем несложные преобразования

$$\frac{k^4 v_0^2 - k^2}{v_0^2 - 1} > 1$$

и в результате получаем:

$$v_0 < \frac{1}{\sqrt{1+k^2}}$$

Очевидно, что пересечение, давление этих двух колец друг на друга может начаться, если их диаметры предельно близки, то есть, почти k = 1. Это соответствует скорости:

$$v_0 < \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}7$$

Полученное решение означает, что два соседних бесконечно тонких слоя-обода начнут давить друг на друга только при скорости *менее* 0,7 скорости света, что для тахионной ИСО невозможно. Таким образом, в тахионной теории относительности эквивалент СТО-парадокса Эренфеста имеет непротиворечивое решение.

9.4 Парадокс близнецов в тахионной ТО

В тахионной ТО парадокс близнецов имеет практически тот же вид, что и в СТО. Неподвижный близнец остаётся на Земле, а астронавт удаляется от него со сверхсветовой скоростью $v > 1$. Пусть расстояние, на которое он удалился от Земли равно X. Тогда с точки зрения Земли время в пути будет равно $t_1 = X/v$. С этой же точки зрения в звездолёте пройдёт время

$$t_2 = t_1\sqrt{v^2 - 1}$$

В отличие от парадокса в СТО, в данном случае с точки зрения землянина теперь уже он будет *моложе* астронавта:

$$t_2 - t_1 = t_1\sqrt{v^2-1} - t_1 = t_1(\sqrt{v^2-1} - 1) > 0 \quad \rightarrow \quad t_2 > t_1$$

Однако и с точки зрения астронавта землянин удалялся от него с той же сверхсветовой скоростью v, поэтому, казалось бы, и он должен считать себя *старше* близнеца-землянина. Но это не так, ведь с этой скоростью землянин с точки зрения астронавта прошёл *меньший* путь. Действительно, если рассматривать путь, пройденный астронавтом, в виде твёрдого стержня, например, в виде железнодорожных путей, то, согласно той же тахионной теории, этот стержень неподвижен в системе отсчёта Земли, но движется относительно системы отсчёта звездолёта. Следовательно, в системе отсчёта звездолёта этот движущийся стержень испытывает лоренцеву деформацию, которая в тахионной теории относительности равна:

$$X' = X\sqrt{v^2-1}$$

Поэтому по собственным часам этот путь астронавт пройдёт за время:

$$t_2 = \frac{X'}{v} = \frac{X}{v}\sqrt{v^2-1} = t_1\sqrt{v^2-1}$$

Как видим, о времени по часам астронавта оба близнеца пришли к одному и тому же мнению. О времени по часам землянина оба близнеца так же придут к одному и тому же мнению. Действительно, по измерениям астронавта он прошёл путь протяжённостью X'. Но этот путь, как ему известно, является движущимся стержнем. Следовательно, ему так же известно, что в своей системе покоя этот движущийся путь без лоренцевой деформации имеет иную длину:

$$X = \frac{X'}{\sqrt{v^2-1}}$$

Соответственно, время на его преодоление со скоростью v в системе отсчёта Земли будет:

$$t_1 = \frac{X}{v}$$

Отметим также, что X < X', то есть, длина движущегося стержня в ТТО *больше* длины стержня в системе его покоя.

Таким образом, парадокс близнецов в тахионной теории относительности имеет такое же непротиворечивое решение в её формализме, как и решение парадокса собственными средствами в специальной теории относительности. Отличие состоит только в том, что движущийся близнец будет старше неподвижного.

Парадокс часов во вращающейся системе отсчёта

Во вращающейся системе отсчёта тахионный парадокс часов имеет, очевидно, такое же непротиворечивое решение, как и в СТО. Действительно, в этом случае инвариант времени условно неподвижной ИСО в центре вращения также сохраняется, поскольку вращающийся наблюдатель обязательно учтёт лоренцево удлинение трассы, по которой он движется. Следовательно, он получит эквивалентное замедление неподвижных часов. Измерив длину своей трассы, он по величине скорости вычислит её в длину в состоянии покоя, получив *меньшую* величину. Соответственно, на преодоление этого пути по внешним, относительно него движущимся часам пройдёт меньшее время. Мнение обоих наблюдателей о показаниях неподвижных часов совпадут.

Парадокс часов в ускоренной системе отсчёта

Интересная ситуация возникает при анализе парадокса часов, когда неподвижные часы падают в эквивалентном гравитационном поле. В этом случае с точки зрения движущихся часов оба эффекта имеют одинаковый знак: неподвижные часы испытывают как тахионное лоренцево замедление, так и гравитационное.

Напротив, с точки зрения неподвижных часов, движущиеся идут быстрее. Не приводя аналитических расчётов, просто предположим, что и в этом случае, как и в расчётах ОТО при движении с низкими скоростями, инвариант собственного времени неподвижных часов получен не будет.

9.5 Вывод уравнений Лоренца в фотонной ТО

В заключение следует отметить, что релятивистский интервал помимо времениподобного, отрицательного и пространственноподобного, положительного значения может иметь и нулевое значение, относящееся к движению со скоростью света, фотонам. Мы обнаружили, что интервал позволяет вывести из отрицательного и положительного значений интервала соответствующие теории относительности – вещественную, СТО и сверхсветовую, тахионную ТО. Очевидно, что и для нулевого значения интервала должна существовать соответствующая нулевая, фотонная теория относительности – ФТО.

Из нулевого значения квадрата инварианта интервала находим:

$$ds^2 = 0 = -c^2dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \to +ds^2 = -c^2dt^2 + dx^2$$

Проделав для этого интервала те же преобразования, мы приходим к уравнениям Лоренца соответствующего вида:

$$\frac{ds^2}{c^2dt^2} = \frac{dx^2}{c^2dt^2} - 1$$

или

$$t' = t\sqrt{v^2 - 1} \quad (9.5.1)$$

Замечаем, что нуль считается положительной величиной, поэтому уравнение преобразований Лоренца для времени в этом случае имеет вид, подобный виду в тахионной ТО:

$$t' = \frac{xv - t}{\sqrt{v^2 - 1}} \quad (9.5.2)$$

И, соответственно, уравнение для координаты:

$$vt' = vt\sqrt{v^2 - 1} \quad \to \quad x' = x\sqrt{v^2 - 1} \quad (9.5.3)$$

или в традиционной форме

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{v^2 - 1}} \quad (9.5.4)$$

В традиционной форме (9.5.2) и (9.5.4) уравнения Лоренца выглядят парадоксально: присутствует деление на ноль $v^2 - 1 = 0$, поэтому удобнее использовать исходные уравнения

(9.5.1) и (9.5.3). Сразу же замечаем, что собственное время фотонной ИСО всегда равно нулю. То есть, какое бы время не прошло во внешней ИСО, в фотонной ИСО время равно нулю. Точно так же и с расстояниями. Какое бы расстояние ни прошёл фотон во внешней ИСО, со своей точки зрения он всегда оставался на месте. Внешний наблюдатель, относительно которого движется фотонная ИСО, видит её сжатой в точку или в плоский лист. Подобный эффект наблюдается и в отношении относительности одновременности:

$$t_2 - t_1 = \frac{v(x_2' - x_1')}{\sqrt{v^2 - 1}}$$

Избавимся от деления на ноль:

$$(t_2 - t_1)\sqrt{v^2 - 1} = 0 = v(x_2' - x_1')$$

Поскольку скорость не равна нулю, равенство нулю последнего члена означает, что $x'_1 = x'_2$. Буквально это можно трактовать: для фотонной ИСО все события одновременны, поскольку расстояние между ними в любой момент времени равно нулю. Действительно, пусть в движущейся ИСО в точках x'_1 и x'_2 в один и тот же момент времени t' произошли два события, которые, следовательно, в этой ИСО являются одновременными. Предполагаем, что в неподвижной ИСО эти же два события произошли в разное время t_1 и t_2:

$$t_1 = \frac{x_1' v - t'}{\sqrt{v^2 - 1}}, \quad t_2 = \frac{x_2' v - t'}{\sqrt{v^2 - 1}}$$

Как мы выше обнаружили, для этой ИСО $x'_1 = x'_2$, следовательно:

$$t_2 - t_1 = \frac{x_2' v - t'}{\sqrt{v^2 - 1}} - \frac{x_1' v - t'}{\sqrt{v^2 - 1}} = \frac{x_2' v - t' - x_1' v + t'}{\sqrt{v^2 - 1}} = \frac{v(x_2' - x_1')}{\sqrt{v^2 - 1}} = 0$$

Иначе говоря, два события для фотонной ИСО всегда одновременны независимо от расстояния между ними и времени их наступления.

Наконец, используя традиционную методику вычисления суммарной скорости, приходим к такому же традиционному уравнению для фотонной ТО:

$$v_3 = \frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2}$$

Очевидно, что для любой скорости ИСО v_2, движущейся внутри фотонной ИСО v_1=1, её суммарная скорость v_3 с точки зрения внешней ИСО будет равна скорости света:

$$v_3 = \frac{1 + v_2}{1 + v_2} = 1$$

Следует отметить, что фотонная ТО, по всей видимости, не имеет какой-либо практической ценности, поскольку относится к одной единственной ИСО – фотонной, всегда движущейся с одной и той же скоростью – световой.

10. Формула сложения скоростей в ТТО

10.1 Сложение скоростей при попутном движении тахионных ИСО

Рассматриваемые в данной главе выкладки относятся к тахионному парадоксу близнецов опосредованно. Искомая формула сложения скоростей является неизбежным атрибутом тахионной теории относительности, демонстрируя её завершённость и непротиворечивость. Только в непротиворечивой теории имеет смысл рассматривать какие-либо парадоксы.

Вывод на основе алгоритма СТО

Ранее, в главе 6, используя традиционный метод, деление друг на друга уравнений преобразований Лоренца, мы получили такую же формулу, как и в СТО. Однако эта формула при больших скоростях тахионных ИСО давала результирующую, суммарную скорость меньше скорости света, что для сверхсветовых скоростей ИСО является очевидным противоречием. Действительно, в главе 6 мы получили обратные преобразования Лоренца для тахионной ТО:

$$t = \frac{t' + vx'}{\sqrt{v^2 - 1}}, \quad x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{v^2 - 1}}, \quad y = y', \quad z = z'$$

Используя обобщённый способ (без дифференциалов), мы нашли формулу сложения как в СТО простым делением уравнения для интервала на уравнение для времени:

$$\left\{x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{v^2-1}}\right\}\Big/\left\{t=\frac{t'+vx'}{\sqrt{v^2-1}}\right\}$$

Откуда, сокращением на t' была получена формула сложения скоростей в тахионной ТО

$$V=\frac{v'+v}{vv'+1}$$

Элементарная проверка показывает, что результирующая, суммарная скорость даже для огромных скоростей оказывается не выше скорости света:

$$v_1=10 \quad v_2=20 \quad V=\frac{10+20}{10\times 20+1}=\frac{30}{201}<<1$$

Попробуем использовать исходное уравнение (6.6), полученное в главе 6, которая позволила в СТО с использованием корректной схемы встречного движения ИСО получить эту же классическую формулу сложения скоростей в тахионной ТО:

$$v_3=\frac{(v_1+v_2)\sqrt{1-v_3^2}}{\sqrt{1-v_1^2}\sqrt{1-v_2^2}} \quad (6.6)$$

В лоренцевых коэффициентах в этом случае слагаемые следует поменять местами, поэтому можно ожидать, что и результат будет отличаться от классического вида. Полагая, что это уравнение в ТТО может получиться строго на тех же основаниях, просто заменим величины под квадратными корнями. То есть, эффективная скорость v_3, с которой ИСО 2 движется навстречу ИСО 1, равна:

$$v_3=\frac{(v_1+v_2)\sqrt{v_3^2-1}}{\sqrt{v_1^2-1}\sqrt{v_2^2-1}} \quad (10.1)$$

Преобразуем это уравнение. В уравнениях далее используем удвоенный знак равенства просто для лучшей визуализации, в качестве своеобразного интервала между уравнениями:

$$v_3\sqrt{1+v_1^2v_2^2-v_1^2-v_2^2} == v_3\sqrt{v_1^2-1}\sqrt{v_2^2-1} =$$

$$= (v_1+v_2)\sqrt{v_3^2-1} == (v_1+v_2)^2(v_3^2-1)$$

$$v_3^2(1+v_1^2v_2^2-v_1^2-v_2^2) = (v_1+v_2)^2(v_3^2-1) \ \rightarrow$$

$$v_3^2(1+v_1^2v_2^2-v_1^2-v_2^2) == -(v_1+v_2)^2 + v_3^2(v_1+v_2)^2$$

Перенесём слагаемые с v_3 влево, остальные – вправо от знака равенства. Слева раскроем скобки:

$$v_3^2(1+v_1^2v_2^2-v_1^2-v_2^2) - v_3^2(v_1+v_2)^2 =$$

$$= v_3^2 + v_3^2v_1^2v_2^2 - v_3^2v_1^2 - v_3^2v_2^2 - v_3^2(v_1^2+2v_1v_2+v_2^2) =$$

$$v_3^2 + v_3^2v_1^2v_2^2 - v_3^2v_1^2 - v_3^2v_2^2 - v_3^2v_1^2 - 2v_3^2v_1v_2 - v_3^2v_2^2 =$$

$$= v_3^2 + v_3^2v_1^2v_2^2 - 2v_3^2v_2^2 - 2v_3^2v_1v_2 - 2v_3^2v_1^2 = -(v_1+v_2)^2$$

Сокращаем повторяющиеся с разным знаком слагаемые:

$$v_3^2 + v_3^2v_1^2v_2^2 - 2v_3^2v_2^2 - 2v_3^2v_1v_2 - 2v_3^2v_1^2 =$$

$$= v_3^2(1+v_1^2v_2^2-2v_2^2-2v_1v_2-2v_1^2) == -(v_1+v_2)^2$$

В результате получаем выражение:

$$v_3^2 = \frac{(v_1+v_2)^2}{2v_2^2+2v_1v_2+2v_1^2-v_1^2v_2^2-1}$$

Извлекаем корень и окончательно получаем довольно непривычную формулу:

$$v_3 = \frac{v_1+v_2}{\sqrt{2v_2^2+2v_1v_2+2v_1^2-v_1^2v_2^2-1}}$$

Как видим, уравнение не совпадает с известным традиционным уравнением для суммы скоростей, которое, однако, получено из явно, чётко определённых и осмысленных графических и аналитических соотношений. Проверим частный случай $v_1 = v_2 = v = 100$, то есть, 100 скоростей света, помня, что ни одна из скоростей не может равняться нулю. Для удобства преобразуем:

$$v_3 = \frac{2v}{\sqrt{2v^2+2v^2+2v^2-v^4-1}} = \frac{2v}{\sqrt{v^2(6-v^2)-1}}$$

Видим, что при такой скорости подкоренное выражение – отрицательное. Судя по всему, использованный для СТО алгоритм вывода формулы в рамках ТТО некорректен. Отметим, что, напротив, в специальной теории относительности его использование привело к приемлемой (традиционной) формуле сложения скоростей.

Интуитивный вид формулы

Отметим, что применённый только что способ проверки можно использовать и для угадывания, интуитивного составления формулы. В тахионной теории относительности можно заметить, по меньшей мере, три значения скоростей, приводящие к корректному, осмысленному результату. При этом без потери общности и для компактификации формулы можно обе скорости считать равными. В этом случае можно предположить, что при скорости $v = 1$ (скорость света) предсказания формулы сложения скоростей СТО и ТТО должны совпасть. Далее, в тахионной ТО существует одна особая скорость – $v = \sqrt{2}$, при которой все лоренцевы эффекты исчезают, поэтому следует ожидать, что эти две скорости в формуле дадут результат, равный или близкий к простой сумме этих скоростей. Наконец, логично ожидать, что сумма любых скоростей не может быть меньше любой и слагаемых. Таким требованиям, в общем, отвечает, например, следующая формула:

$$v_3 = (v_1 + v_2)\frac{v_1 v_2}{2}$$

Проверим её предсказания для специальных значений скоростей:

$$v_1 = v_2 = 1 \qquad v_3 = (1+1)\frac{1\times 1}{2} = 1$$

$$v_1 = v_2 = \sqrt{2} \qquad v_3 = (\sqrt{2}+\sqrt{2})\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\,\frac{2}{2} = 2\sqrt{2}$$

$$v_1 = 1 \quad v_2 = \sqrt{2} \quad v_3 = (1+\sqrt{2})\frac{\sqrt{2}\times 1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \approx 1{,}7 > \sqrt{2}$$

$$v_1 = 1 \quad v_2 = 10 \quad v_3 = (1+10)\frac{10\times 1}{2} = 55$$

$$v_1 = v_2 = 10 \qquad v_3 = (10+10)\frac{10\times 10}{2} = 1000$$

$$v_2 = 0 \qquad v_3 = (v_1 + 0)\frac{v_1 \times 0}{2} = 0$$

Как видим, все контрольные значения являются осмысленными. В последнем случае результат объясняется просто: формула неприменима к тахионным скоростям, равным нулю. Недостаток формулы состоит в том, что непонятен алгоритм её вывода в рамках тахионной ТО. Угадывание при чётком математическом формализме теории, очевидно, плохой метод.

Аналитический вывод формулы

Попробуем вывести такую формулу строго аналитически, используя тот же метод, что и в главе 6, но для попутного движения двух тахионных ИСО. Рассмотрим неподвижную лабораторную ИСО 0, в которой со скоростью v_1 движется первая ИСО 1, и, в свою очередь, в которой со скоростью v_2 движется вторая ИСО 2.

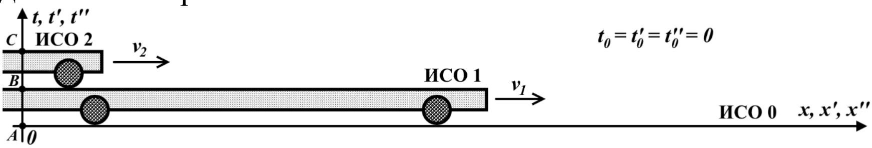


Рис.10.1. Начальное положение попутно движущихся тахионных ИСО

В начальный момент времени $t = 0$, когда контрольные точки A, B и C совпадают с началом координат неподвижной, лабораторной ИСО 0, часы всех ИСО обнуляются.

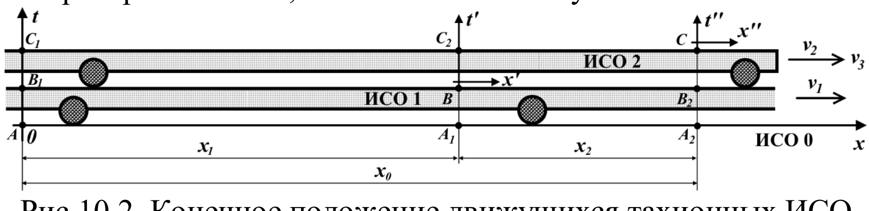


Рис.10.2. Конечное положение движущихся тахионных ИСО

По истечении времени $t = t_0$ все движущиеся ИСО перемещаются в новое положение. По истечении времени t_0 по часам неподвижной ИСО 0 взаимное положение всех ИСО и контрольных точек на них будет выглядеть, как показано на рис.10.2. С точки зрения неподвижной ИСО контрольная точка С переместится с неизвестной пока скоростью v_3 на расстояние $x_0 = C_1C = v_3t_0$. С её же точки зрения это расстояние равно сумме двух отрезков x_1 и x_2:

$$x_0 = v_3 t_0 = x_1 + x_2 \quad (10.2)$$

В соответствии с формализмом тахионной (и специальной) теории относительности длины этих отрезков с точек зрения разных наблюдателей имеют разную длину. Например, поскольку ИСО 1 движется относительно ИСО 0, длина отрезка B_1B является в ИСО 1 собственной длиной, длиной в состоянии покоя, следовательно, для наблюдателей в этой системе покоя эта длина *меньше* (в СТО – больше), чем с точки зрения ИСО 0, в которой отрезок испытал лоренцево *удлинение*:

$$x_1' = \frac{x_1}{\sqrt{v_1^2 - 1}}$$

В свою очередь, относительно ИСО 2 движется и отрезок C_1C_2, концы которого в рассматриваемый момент времени совпадают с концами отрезка B_1B, который испытывает в этой ИСО 2 лоренцево удлинение. Следовательно, его длина выражается через длину отрезков B_1B и AA_1 следующим образом:

$$C_1C_2 = x_1'' = \frac{B_1B}{\sqrt{v_2^2 - 1}} = \frac{x_1'}{\sqrt{v_2^2 - 1}} = \frac{x_1}{\sqrt{v_1^2 - 1}\sqrt{v_2^2 - 1}}$$

Откуда находим значение x_1:

$$x_1 = x_1''\sqrt{v_1^2 - 1}\sqrt{v_2^2 - 1} \quad (10.3)$$

Таким же образом находим и длину отрезка C_2C в ИСО 2 по отношению к длине совпавшего с ним отрезка BB_2 в ИСО 1, мимо которого он движется со скоростью v_2:

$$C_2C = x_2'' = \frac{BB_2}{\sqrt{v_2^2 - 1}} = \frac{x_2'}{\sqrt{v_2^2 - 1}} = \frac{x_2}{\sqrt{v_2^2 - 1}\sqrt{v_1^2 - 1}}$$

Из этого находим длину отрезка x_2:

$$x_2 = x_2''\sqrt{v_2^2 - 1}\sqrt{v_1^2 - 1} \quad (10.4)$$

Наконец, поскольку отрезок C_1C движется с неизвестной пока скоростью v_3 относительно ИСО 0, с точки зрения неподвижной ИСО 0 он так же испытывает лоренцево *удлинение*:

$$x_0 = x_0''\sqrt{v_3^2 - 1} \quad (10.5)$$

Подставляем найденные значения (10.3), (10.4) и (10.5) в уравнение (10.2)

$$x_0''\sqrt{v_3^2 - 1} = x_1''\sqrt{v_1^2 - 1}\sqrt{v_2^2 - 1} + x_2''\sqrt{v_2^2 - 1}\sqrt{v_1^2 - 1}$$

Выносим за скобки квадратные корни в правой части уравнения:

$$x_0''\sqrt{v_3^2 - 1} = (x_1'' + x_2'')\sqrt{v_1^2 - 1}\sqrt{v_2^2 - 1} \quad (10.6)$$

Смотрим на рис.10.2 и замечаем, что с точки зрения ИСО 2:

$$x_0'' = x_1'' + x_2''$$

С учётом этого соотношения переписываем уравнение (10.6) и сокращаем

$$\sqrt{v_3^2 - 1} = \sqrt{v_1^2 - 1}\sqrt{v_2^2 - 1} \quad (10.7)$$

Проделаем тривиальные преобразования. Возводим уравнение в квадрат и раскрываем скобки

$$v_3^2 - 1 = (v_1^2 - 1)(v_2^2 - 1)$$

$$v_3^2 = (v_1^2 - 1)(v_2^2 - 1) + 1 = (v_1^2 v_2^2 - v_1^2 - v_2^2 + 1) + 1 = v_1^2 v_2^2 - v_1^2 - v_2^2 + 2$$

Извлекаем корень и находим новую тахионную формулу сложения скоростей

$$v_3 = \sqrt{v_1^2 v_2^2 - v_1^2 - v_2^2 + 2} \quad (10.8)$$

Следует заметить, что получилась весьма странная и неожиданная формула. Проверим её по установленным выше контрольным значениям суммируемых скоростей тахионных ИСО:

$v_1 = v_2 \to 1 \qquad v_3 = \sqrt{1 - 1 - 1 + 2} = 1$

$v_1 = v_2 = \sqrt{2} \qquad v_3 = \sqrt{2 \times 2 - 2 - 2 + 2} = \sqrt{4 - 2} = \sqrt{2}$

$v_1 = v_2 = 2 \qquad v_3 = \sqrt{4 \times 4 - 4 - 4 + 2} = \sqrt{16 - 4 - 2} = \sqrt{10} \approx 3$

$v_1 \to 1; \quad v_2 = 10 \quad v_3 = \sqrt{1 \times 100 - 1 - 100 + 2} = \sqrt{-1 + 2} = 1$

$v_1 = 0 \quad v_2 \leq \sqrt{2} \quad v_3 = \sqrt{2 - v_2^2}$

И вновь мы видим, что все контрольные значения являются осмысленными, непротиворечивыми. Первый результат совпадает с результатом в специальной теории относительности, что является логичным, ожидаемым. В случае скоростей, равных √2, результат несколько странный. Поскольку при этой скорости все лоренцевы эффекты обнуляются, ожидалось, что суммарная скорость будет равна сумме скоростей: 2√2. Но и этому можно дать объяснение: суммироваться должны *равноправные* скорости, по отношению к одной и той же ИСО, а в данном случае одна из скоростей является *внутренней*, относительной к другой, движущейся ИСО. Наконец, в последнем случае результат с неизбежным отрицательным значением подкоренного выражения имеет такое же, как и выше, объяснение: формула неприменима к тахионным скоростям, равным нулю.

10.2 Сложение скоростей при встречном движении тахионных ИСО

На рис.10.2 видим, что при встречном движении ИСО 1 и ИСО 2 знак смещения ведомой ИСО 2, очевидно, меняется, вследствие чего меняется и знак второго слагаемого:

$$x_0''\sqrt{v_3^2 - 1} = x_1''\sqrt{v_1^2 - 1}\sqrt{v_2^2 - 1} - x_2''\sqrt{v_2^2 - 1}\sqrt{v_1^2 - 1}$$

Выносим за скобки квадратные корни в правой части уравнения:

$$x_0''\sqrt{v_3^2 - 1} = (x_1'' - x_2'')\sqrt{v_1^2 - 1}\sqrt{v_2^2 - 1}$$

Вновь смотрим на рис.10.2 и замечаем, что

$$x_0'' = x_1'' - x_2''$$

С учётом этого соотношения записываем уравнение (10.7) в новом виде, который оказался тем же самым, что и (10.7):

$$\sqrt{v_3^2 - 1} = \sqrt{v_1^2 - 1}\sqrt{v_2^2 - 1}$$

Однако смысл этого уравнения в новой записи также изменяется. Раньше соотношение скоростей между всеми ИСО соответствовало рис.10.1 и рис.10.2. Перепишем уравнение (10.7) в (10.9), изменив обозначения ИСО и индексы их скоростей на соответствующие буквенные:

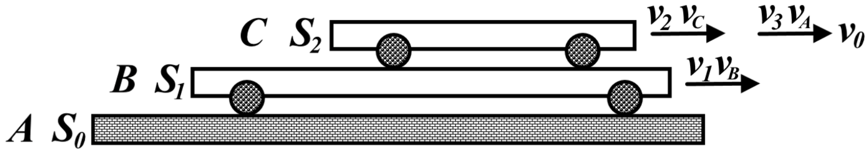


Рис.10.3. Новые обозначения тахионных ИСО и скоростей

Уравнение (10.7) приобретает следующий вид:

$$\sqrt{v_A^2 - 1} = \sqrt{v_B^2 - 1}\sqrt{v_C^2 - 1} \quad (10.9)$$

В таком виде под скоростью v_A мы подразумеваем теперь суммарную скорость v_3 или эквивалентную ей скорость v_0. Найденная суммарная скорость теперь имеет обозначение v_A, или для определённости – v_{CA} – скорость ИСО С относительно ИСО А, а её величина определяется новым уравнением, эквивалентным уравнению (10.8):

$$v_A = v_{CA} = \sqrt{v_B^2 v_C^2 - v_A^2 - v_C^2 + 2} \quad (10.10)$$

Поскольку решение оказалось прежним, то фактически мы не сможем с его помощью найти суммарную скорость при встречном движении ИСО. Это изменение обозначений понадобилась для того, чтобы всё-таки найти такие решения для суммарной скорости. Для нахождения решения будем считать неподвижной теперь уже не ИСО 0 – ИСО А, а другие ИСО из набора. Полученное уравнение (10.10) можно назвать уравнением для суммарной скорости при попутном движении ИСО: в этом наборе ИСО В является "несущей" для ИСО С и обе они движутся в попутном направлении. Как известно из СТО, при разных направлениях равных скоростей двух таких ИСО суммарная скорость оказывается равной нулю. В случае тахионных ИСО нулевая скорость, в данном случае v_A, невозможна в принципе, поскольку в исходных уравнениях, например, в (10.7) под корнем окажется отрицательная величина. Поэтому в тахионной ТО встречное движение имеет свою специфику.

Предельной, минимальной суммарной скоростью в этом случае может быть только скорость света, а не нулевая, как в СТО.

Полученные выше "базовые" уравнения (10.7) и эквивалентное ему (10.9) описывают соотношение скоростей трёх ИСО. Это означает, что по любым двум из них мы можем определить третью скорость. В исходном варианте – это скорость v_A., соответствующая рисункам рис.10.2 и рис.10.3. Но в соответствии с принципом относительности мы имеем право рассматривать в качестве неподвижной любую из этих трёх ИСО. Если рассматривать неподвижной ИСО С, то схема движения приобретает следующий вид:

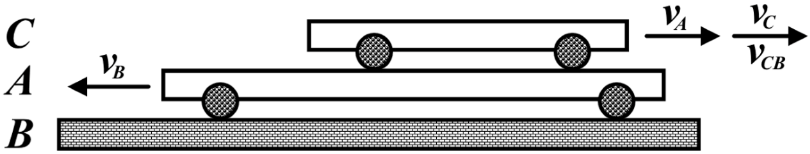


Рис.10.4. Считаем неподвижной тахионную ИСО В

В этой схеме направления скоростей и их принадлежности той или иной ИСО выбраны на следующих основаниях. Поскольку, согласно рис.10.3, ИСО В движется относительно ИСО А со скоростью v_B, то, соответственно, и ИСО А движется относительно ИСО В со скоростью v_B, но в противоположном направлении. Точно так же, в исходной схеме, поскольку ИСО С движется относительно ИСО А со скоростью v_A, обозначенной также как v_A, то суммарной скоростью ИСО С относительно ИСО В становится скорость v_C, обозначенная также как v_{CB}. В изменённой схеме эти относительные скорости, как можно определить по рисункам, сохранили свои направления – вправо. Сразу же замечаем, что в новой схеме роли скоростей v_A и v_C взаимно обменялись. Соответственно, теперь мы считаем, что нам известны или заданы скорости v_B и v_A, а найти нужно суммарную скорость $v_C = v_{CB}$, для чего используем уравнение (10.9). Возводим его в квадрат и раскрываем скобки:

$$v_A^2 - 1 = (v_B^2 - 1)(v_C^2 - 1) = v_B^2 v_C^2 + 1 - v_B^2 - v_C^2$$

Собираем известные члены справа, а члены, содержащие искомую скорость v_C – слева:

$$v_B^2 v_C^2 - v_C^2 = v_A^2 - 1 - 1 + v_B^2$$

Выделяем искомую скорость:

$$(v_B^2 - 1)v_C^2 = v_A^2 + v_B^2 - 2$$

$$v_C = \sqrt{\frac{v_A^2 + v_B^2 - 2}{v_B^2 - 1}} \quad (10.11)$$

Анализируя полученное уравнение, видим следующее. Скорости v_{A} и v_{B} направлены в противоположных направлениях, то есть, из скорости "несущей" ИСО A вычитается скорость ведомой ИСО B, уменьшая тем самым результирующую, суммарную скорость. Замечаем, что при $v_{\text{A}} < v_{\text{B}}$ направление скорости v_{CB} на рис.10.4 становится обратным. И наоборот. Однако следует отметить важное обстоятельство. При некотором соотношении этих скоростей относительная, суммарная скорость v_{C} (v_{CB}) перестаёт быть тахионной, то есть, её величина оказывается меньше скорости света. В этом случае, во-первых, при уменьшении тахионной скорости до тардионной (досветовой) лоренцев коэффициент обращается в ноль и тахионные преобразования Лоренца теряют смысл. Во-вторых, при досветовой скорости, в этих тахионных преобразованиях под корнем появляется отрицательная величина, то есть, эти преобразования так же теряют смысл. Поэтому следует ограничить допустимые значения скоростей в уравнении (10.9) для рис.10.4. Чтобы суммарная скорость не обращалась в досветовую, тардионную, необходимо, по меньшей мере, чтобы выполнялось соотношение $v_{\text{B}} > v_{\text{A}}+1$. Это минимальная *разница* между скоростями, взамен *равенства* встречных скоростей в СТО. В этом случае уравнение (10.11) приобретает простой вид, означающий, что в этом случае при любой скорости ИСО A и ИСО B суммарная скорость равна:

$$v_C = \sqrt{\frac{2v_A^2 - 2v_A - 1}{v_A^2 - 2v_A}}$$

При минимальном значении $v_{\text{A}} = 1$ суммарная скорость равна скорости света:

$$v_C = \sqrt{\frac{2v_A^2 - 2v_A - 1}{v_A^2 - 2v_A}} = \sqrt{\frac{2-2-1}{1-2}} = 1$$

Если скорость $v_A \to \infty$, то суммарная скорость равна скорости, ликвидирующей тахионные лоренцевы эффекты:

$$v_C = \sqrt{\frac{2v_A^2 - 2v_A - 1}{v_A^2 - 2v_A}} \to \sqrt{\frac{2v_A^2}{v_A^2}} = \sqrt{2}$$

Здесь мы неподвижной ИСО считали ИСО B. Из рис.10.3 и рис.10.4 мы видим, что существует ещё одна комбинация из этих трёх ИСО, обеспечивающая также встречное движение.

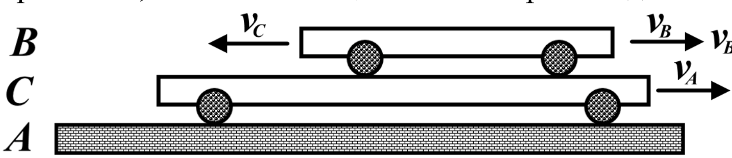


Рис.10.5. Считаем "несущей" ИСО C

В этой схеме направления скоростей и их принадлежности той или иной ИСО выбраны на следующих основаниях. Как и на рис.10.3, здесь ИСО B движется точно так же относительно ИСО A со скоростью v_B, которая теперь уже считается неизвестной скоростью v_{BA}. Поскольку ИСО C на рис.10.3 движется относительно ИСО B со скоростью v_C, то, соответственно, и ИСО B на рис.10.5 движется относительно ИСО C с той же скоростью, но в обратном направлении.

Согласно этой схеме, теперь в уравнении (10.9) мы рассматриваем как заданные, известные скорости v_A и v_C, а найти нам следует неизвестную скорость $v_B = v_{BA}$ – суммарную скорость ИСО C и ИСО B, скорость ИСО B относительно ИСО A:

$$\sqrt{v_A^2 - 1} = \sqrt{v_{BA}^2 - 1}\sqrt{v_C^2 - 1}$$

Замечаем полное логическое сходство этого уравнения с уравнением для определения скорости v_{CB}, поэтому сразу же записываем решение:

$$v_{BA} = v_B = \sqrt{\frac{v_A^2 + v_C^2 - 2}{v_C^2 - 1}} = \sqrt{1 + \frac{v_A^2 - 1}{v_C^2 - 1}} \quad (10.12)$$

Очевидно, что дополнительные выкладки о величинах скоростей совпадают с выкладками к уравнению (10.11). Мы помним, что в уравнении (10.12) $v_A > v_C + 1$, поэтому для наглядности найдём ещё несколько его контрольных решений.

Пусть $v_A = 3$, тогда $v_C = 2$:

$$v_B = \sqrt{\frac{v_A^2 + v_C^2 - 2}{v_C^2 - 1}} = \sqrt{\frac{9+4-2}{4-1}} = \sqrt{\frac{11}{3}} \approx 1{,}91$$

Пусть $v_A = 11$, тогда $v_C = 10$:

$$v_B = \sqrt{\frac{v_A^2 + v_C^2 - 2}{v_C^2 - 1}} = \sqrt{\frac{121+100-2}{100-1}} = \sqrt{\frac{219}{99}} \approx 1{,}49 \approx \sqrt{2}$$

Пусть $v_A = 1001$, тогда $v_C = 1000$:

$$v_B = \sqrt{\frac{v_A^2 + v_C^2 - 2}{v_C^2 - 1}} = \sqrt{\frac{1\,002\,001+1\,000\,000-2}{1\,000\,000-1}} = \sqrt{\frac{2\,001\,999}{999\,999}} \approx \sqrt{2}$$

Пусть $v_A = 10$, $v_C = 2$ тогда:

$$v_B = \sqrt{\frac{v_A^2 + v_C^2 - 2}{v_C^2 - 1}} = \sqrt{\frac{100+4-2}{4-1}} = \sqrt{\frac{102}{3}} \approx 5{,}8$$

Пусть $v_A = 1000$, $v_C = 20$ тогда:

$$v_B = \sqrt{\frac{v_A^2 + v_C^2 - 2}{v_C^2 - 1}} = \sqrt{\frac{1\,000\,000+400-2}{400-1}} = \sqrt{\frac{1\,000\,398}{399}} \approx 15{,}9$$

Разница скоростей движущихся ИСО во всех случаях задана больше скорости света. Полученная в этих примерах результирующая скорость v_B имеет осмысленные, непротиворечивые значения, превышающие скорость света. Отметим, что встречное движение ведомой ИСО В в двух последних примерах заметно "съедает" скорость v_A "ведущей" ИСО С.

10.3 Сложение скоростей при попутном движении в СТО

И здесь возникает резонный вопрос. Предложенные новые аналитические выкладки привели в СТО к приемлемой, традиционной формуле сложения скоростей, но в тахионной ТО привели к некорректной формуле. А каков будет результат, если использовать к СТО рассмотренные здесь выкладки для получения формулы сложения скоростей? Проделаем ту же процедуру, просто изменим в уравнении (10.9) подкоренные знаки, заменим тахионные коэффициенты Лоренца на традиционные коэффициенты специальной теории относительности. Схема движения остаётся такой же, как и в рассмотренной тахионной ТО.

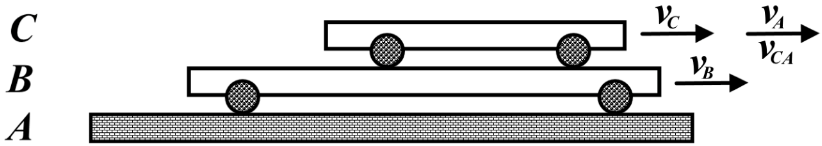


Рис.10.6. Новые обозначения ИСО и скоростей в СТО

Тахионное уравнение (10.9) приобретает в СТО следующий вид:

$$\sqrt{1-v_A^2} = \sqrt{1-v_B^2}\sqrt{1-v_C^2} \quad (10.13)$$

Здесь суммарной, результирующей скоростью является скорость v_{A}, имеющая также обозначение v_{CA} – скорость ИСО C относительно ИСО A. Для её нахождения возводим уравнение (10.13) в квадрат и раскрываем скобки:

$$1-v_A^2 = (1-v_B^2)(1-v_C^2)$$

$$v_A^2 = 1-(1-v_B^2)(1-v_C^2) = 1-(v_B^2 v_C^2 - v_B^2 - v_C^2 + 1) = v_B^2 + v_C^2 - v_B^2 v_C^2$$

Извлекаем корень и находим искомую суммарную скорость. Замечаем, что формула является симметричной относительно скоростей обеих движущихся ИСО:

$$v_A = \sqrt{v_B^2 + v_C^2 - v_B^2 v_C^2} \quad (10.15)$$

Исследуем это уравнение для некоторых контрольных значений скоростей. Как и в тахионной ТО, в специальной теории относительности мы также имеем определённые контрольные точки скоростей. Проверим формулы в отношении них. Пусть одна из скоростей ИСО равна скорости света:

$$v_B \ \text{или}\ v_C = 1 \qquad v_A = \sqrt{v_B^2 + v_C^2 - v_B^2 v_C^2} = \sqrt{1 + v_C^2 - 1 \times v_C^2} = 1$$

Как видим, если одна из скоростей ИСО равна скорости света, то, как и в традиционной формуле, итоговая скорость равна скорости света, то есть, результат вновь совпадает с результатом традиционной формулы. Теперь возьмём скорость одной из ИСО, равной нулю:

$$v_B \text{ } или \text{ } v_C = 0 \qquad v_A = \sqrt{v_B^2 + v_C^2 - v_B^2 v_C^2} = \sqrt{0 + v_C^2 - 0 \times v_C^2} = v_C$$

Как видим, результат вновь совпал с результатом традиционной формулы. В заключение возьмём две произвольные досветовые скорости и сравним итоги вычислений с традиционной формулой. Значения скоростей берём как квадратные корни, что упростит вычисления:

$$v_B = \sqrt{0{,}9} \quad v_C = \sqrt{0{,}5} \quad v_A^{TTO} = \sqrt{v_B^2 + v_C^2 - v_B^2 v_C^2} =$$

$$= \sqrt{0{,}9 + 0{,}5 - 0{,}9 \times 0{,}5} = \sqrt{0{,}95} \approx 0{,}97$$

$$v_B = \sqrt{0{,}9} \quad v_C = \sqrt{0{,}5} \quad v_A^{CTO} = \frac{v_B + v_C}{1 + v_B v_C} = \frac{\sqrt{0{,}9} + \sqrt{0{,}5}}{1 + \sqrt{0{,}9} \times \sqrt{0{,}5}} \approx 0{,}99$$

Получено вполне ожидаемое расхождение. Интересно выяснить, при каких скоростях движущихся ИСО расхождение между двумя формулами максимально. Найдём отношение суммарных скоростей для равных скоростей ИСО, $v_B = v_C = v$:

$$\frac{v_A^{TTO}}{v_A^{CTO}} = \frac{\sqrt{v_B^2 v_C^2 - v_B^2 - v_C^2 + 2}}{(v_B + v_C)/(1 + v_B v_C)} = \sqrt{\frac{v^4 - 2v^2 + 2}{4v^2/(1+v^2)^2}}$$

Для простоты найдём значение подкоренной дроби

$$k = \frac{v^4 - 2v^2 + 2}{4v^2/(1+v^2)^2} = \frac{(1+2v)^2(v^4 - 2v^2 + 2)}{4v^2}$$

После тривиальных, но утомительных преобразований, находим:

$$k = \frac{v^8 - v^4 + 2v^2 + 2}{4v^2} = \frac{v^6}{4} - \frac{v^2}{4} + \frac{v^2 + 1}{2v^2}$$

Сразу же находим значение отношения для двух контрольных точек:

$$v \to 0 \qquad k = \frac{v^6}{4} - \frac{v^2}{4} + \frac{v^2 + 1}{2v^2} = \frac{1}{2 \times 0} \to \infty$$

$$v \to 1 \qquad k = \frac{v^6}{4} - \frac{v^2}{4} + \frac{v^2+1}{2v^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1+1}{2} = 1$$

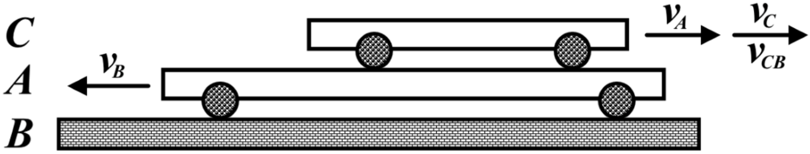
Чтобы ещё точнее выявить тенденцию, найдём значение коэффициента для некоторого промежуточного значения скоростей, например, для скорости $v = \sqrt{0{,}5}$:

$$k = \frac{v^8 - v^4 + 2v^2 + 2}{4v^2} = \frac{0{,}5^4 - 0{,}5^2 + 2 \times 0{,}5 + 2}{4 \times 0{,}5} = \frac{2{,}7125}{2} \approx 1{,}35$$

Тенденция просматривается отчётливо: чем ниже скорости ИСО, тем сильнее расхождение при вычислении суммы скоростей по традиционной и новой формуле. Например, при скорости света результаты совпадают. При меньших скоростях отношение больше единицы, то есть, больше и расхождение. Вместе с тем, в полученную формулу (10.8) скорости входят в квадратах, поэтому формула соответствует *только* попутному движению ИСО.

10.4 Сложение скоростей при встречном движении СТО

Вариант встречного движения в СТО мы рассмотрели в гл.6 и получили традиционную для СТО формулу сложения скоростей. Однако использование этого же алгоритма для сложения скоростей в ТТО привело к очевидно некорректной формуле, дающей логически неприемлемые результаты сложения.



Копия рис.10.4. Считаем в СТО неподвижной ИСО В

Возникает естественный вопрос, а каким будет результат, если теперь уже наоборот, использовать алгоритм ТТО для получения формулы в СТО? Для этого воспользуемся схемой движения рис.10.4. В этой схеме направления скоростей и их принадлежности той или иной ИСО выбраны на следующих основаниях. Поскольку, согласно рис.10.3, ИСО В движется относительно ИСО А со скоростью v_B, то, соответственно, и ИСО А движется относительно ИСО В со скоростью v_B, но в противоположном направлении. Точно так же, в исходной схеме, поскольку ИСО С движется относительно ИСО А со скоростью v_A, обозначенной также как v_A, то суммарной скоростью ИСО С относительно ИСО В становится скорость v_C, обозначенная также как v_{CB}. В изменённой схеме эти относительные скорости, как можно определить по рисункам, сохранили свои направления – вправо. Сразу же замечаем, что в новой схеме роли скоростей v_A и v_C взаимно обменялись. Соответственно, теперь мы считаем, что нам известны или заданы скорости v_B и v_A, а найти нужно суммарную скорость $v_C = v_{CB}$, для чего используем уравнение (10.9). Возводим его в квадрат и раскрываем скобки:

$$\sqrt{1-v_A^2} = \sqrt{1-v_B^2}\sqrt{1-v_C^2}$$

$$1-v_A^2 = (1-v_B^2)(1-v_C^2) = v_B^2 v_C^2 + 1 - v_B^2 - v_C^2$$

Собираем известные члены справа, а члены, содержащие искомую скорость v_C – слева:

$$v_B^2 v_C^2 - v_C^2 = 1 - v_A^2 - 1 + v_B^2$$

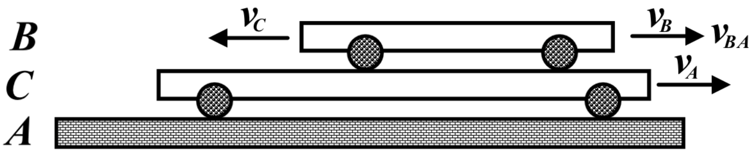
$$(v_B^2 - 1)v_C^2 = v_B^2 - v_A^2$$

Выделяем искомую скорость:

$$v_C^2 = \frac{v_B^2 - v_A^2}{v_B^2 - 1}$$

$$v_{CB} = v_C = \sqrt{\frac{v_B^2 - v_A^2}{v_B^2 - 1}} \qquad (10.16)$$

Сразу же рассмотрим и последний вариант схемы движения на рис.10.5. В этой схеме направления скоростей и их принадлежности той или иной ИСО выбраны на следующих основаниях. Как и на рис.10.3, здесь ИСО В движется точно так же относительно ИСО А со скоростью v_B, которая теперь уже считается неизвестной скоростью v_{BA}.



Копия рис.10.5. Считаем "несущей" ИСО С

Поскольку ИСО С на рис.10.3 движется относительно ИСО В со скоростью v_C, то, соответственно, и ИСО В на рис.10.5 движется относительно ИСО С с той же скоростью, но в обратном направлении.

$$1-v_A^2=(1-v_{BA}^2)(1-v_C^2)=v_{BA}^2v_C^2+1-v_{BA}^2-v_C^2$$

Собираем известные члены справа, а члены, содержащие искомую скорость v_C – слева:

$$1-v_A^2-1+v_C^2=v_{BA}^2v_C^2-v_{BA}^2$$

Выделяем искомую скорость:

$$v_C^2-v_A^2=v_{BA}^2(v_C^2-1)$$

$$v_{BA}^2=\frac{v_C^2-v_A^2}{v_C^2-1}$$

$$v_{BA}=v_B=\sqrt{\frac{v_A^2-v_C^2}{1-v_C^2}}=\sqrt{1-\frac{1-v_A^2}{1-v_C^2}};\qquad v_A\ge v_C\qquad(10.17)$$

Мы установили условие $v_A \ge v_C$, поскольку именно оно соответствует рассмотренной схеме рис.10.5, которую мы задали изначально. Проверим формулу по известным контрольным точкам, скоростям ИСО.

$$v_A=1\qquad v_B=\sqrt{\frac{v_A^2-v_C^2}{1-v_C^2}}=\sqrt{\frac{1-v_C^2}{1-v_C^2}}=1$$

$$v_C=0\qquad v_B=\sqrt{\frac{v_A^2-v_C^2}{1-v_C^2}}=\sqrt{\frac{v_A^2-0}{1-0}}=v_A$$

Задать $v_C = 1$ мы не можем, поскольку в этом случае v_A должна быть *больше* единицы. Мы можем устремить v_C к единице, но v_A достигнет этого значения заведомо раньше, то есть:

$$v_C \to 1 \quad v_C < v_A = 1 \quad v_B = \sqrt{\frac{v_A^2 - v_C^2}{1 - v_C^2}} = \sqrt{\frac{1-0{,}99999}{1-0{,}99999}} = 1$$

Также мы не можем задать скорость v_A=0, поскольку скорость v_C должна обнулиться раньше неё. То есть,

$$v_A \to 0 \quad v_A > v_C = 0 \quad v_B = \sqrt{\frac{v_A^2 - v_C^2}{1 - v_C^2}} = \sqrt{\frac{0{,}00001-0}{1-0}} = 0$$

Теперь рассмотрим несколько конкретных значений скоростей и сравним предсказания суммарной скорости по классической формуле СТО1 и по новой СТО2:

$$v_C = \sqrt{0{,}5} \quad v_A = \sqrt{0{,}6} \quad v_B^{CTO1} \approx 0{,}149 \quad v_B^{CTO2} \approx 0{,}447$$
$$v_C = \sqrt{0{,}05} \quad v_A = \sqrt{0{,}6} \quad v_B^{CTO1} \approx 0{,}666 \quad v_B^{CTO2} \approx 0{,}761$$
$$v_C = \sqrt{0{,}05} \quad v_A = \sqrt{0{,}06} \quad v_B^{CTO1} \approx 0{,}023 \quad v_B^{CTO2} \approx 0{,}103$$
$$v_C = \sqrt{0{,}05} \quad v_A = \sqrt{0{,}96} \quad v_B^{CTO1} \approx 0{,}968 \quad v_B^{CTO2} \approx 0{,}979$$

Как видим, расхождения в предсказаниях старых и новых формул весьма велики.

Причина расхождения

Но в чём причина появления формулы с такими расхождениями? Это странно, поскольку ранее, в гл.6 мы вывели формулу сложения скоростей в СТО, которая совпала с традиционной, классической. Обратим внимание на основные уравнения, которые привели к соответствующим формулам. Классическая формула получена как решение уравнения:

$$v_3 = \frac{S}{t_3} = \frac{t_0(v_1+v_2)\sqrt{1-v_3^2}}{t_0\sqrt{1-v_2^2}\sqrt{1-v_1^2}} = \frac{(v_1+v_2)\sqrt{1-v_3^2}}{\sqrt{1-v_1^2}\sqrt{1-v_2^2}} \quad (6.6)$$

В результате получена классическая формула сложения скоростей:

$$v_3 = \frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2}$$

По новой тахионной методике для СТО получено исходное, инициирующее уравнение:

$$\sqrt{1-v_A^2} = \sqrt{1-v_B^2}\sqrt{1-v_C^2}\,, \quad (10.13)$$

решением которого стали две новые формулы:

$$v_A = \sqrt{v_B^2 + v_C^2 - v_B^2 v_C^2} \quad (10.15)$$

$$v_{BA} = v_B = \sqrt{\frac{v_A^2 - v_C^2}{1 - v_C^2}} = \sqrt{1 - \frac{1 - v_A^2}{1 - v_C^2}}; \qquad v_A \geq v_C \quad (10.17)$$

Чтобы определить, в чём различие исходных уравнений, сравним их, (6.6) и (10.13), для наглядности приведя их к схожей форме записи:

$$v_3 = \frac{(v_1 + v_2)\sqrt{1 - v_3^2}}{\sqrt{1 - v_1^2}\sqrt{1 - v_2^2}} \Rightarrow \frac{v_3}{v_1 + v_2} = \frac{\sqrt{1 - v_3^2}}{\sqrt{1 - v_1^2}\sqrt{1 - v_2^2}} \neq 1 \quad (6.6a)$$

$$\sqrt{1 - v_A^2} = \sqrt{1 - v_B^2}\sqrt{1 - v_C^2} \Rightarrow \frac{v_3}{v_1 + v_2} = \frac{x_3''}{x_1'' + x_2''} =$$

$$= \frac{\sqrt{1 - v_3^2}}{\sqrt{1 - v_1^2}\sqrt{1 - v_2^2}} = 1 \quad (10.14)$$

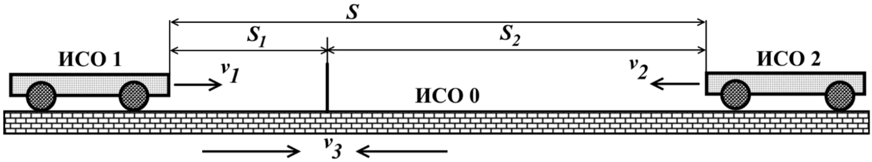
Скрупулёзный авторский анализ алгоритмов вывода этих исходных уравнений не смог однозначно выявить ошибок в этих алгоритмах. Различие уравнений состоит в том, что в уравнении (6.6а) скорость v_3 – это скорость встречной ИСО с точки зрения другой, *движущейся* ИСО, а скорости v_1 и v_2 – это скорости этих же двух ИСО относительно *неподвижной*. Поэтому сумма v_1 и v_2 по определению не равна v_3, поскольку последняя как раз и вычисляется. Напротив, в уравнении (10.14) все три скорости относительны неподвижной ИСО, поэтому к ним применима обычная формула сложения скоростей, по которой суммарная скорость может достигать даже удвоенной скорости света. Действительно, пусть, например, навстречу друг другу движутся два автомобиля: v_1=40, v_2=60. Пусть они встретятся через 1 час по часам неподвижной системы отсчёта. Очевидно, что первый пройдёт путь $x_1 = v_1 \times 1 = 40$ км, а второй – $x_2 = v_2 \times 1 = 60$ км. Следовательно, с точки зрения неподвижных наблюдателей расстояние между двумя автомобилями было 100 км. Таким образом, результирующая, относительная скорость сближения автомобилей равна сумме их скоростей:

$$v_3 = \frac{x_1 + x_2}{1\ час} = \frac{v_1 \times 1\ час + v_2 \times 1\ час}{1\ час} = v_1 + v_2$$

По этой же причине в рассматриваемом тахионном алгоритме отношение скоростей равно единице, как показано в уравнении (10.14). Получается, что оба *алгоритма* вычислений суммарной, относительной скорости двух ИСО *верны*? Может быть, различие возникло из-за того, что в первом случае вычислялась скорость *встречно* движущихся ИСО, а во втором – движущихся *попутно*? В любом случае такое различие имеет явные признаки противоречия: два взаимоисключающих предсказания, полученных верными рассуждениями. Суть, источник противоречия можно свести к равенству:

$$v_3 = v_1 + v_2 \quad (10.18)$$

В тахионном алгоритме это равенство возникло естественным путём. Можно ли показать, что оно *должно* иметь место и в алгоритме на основе рис.6.1?



Копия рис.6.1. Сложение разных скоростей встречно движущихся ИСО

Обратимся вновь к этому алгоритму и рис.6.1. Мы определили, что скорость v_3 – это скорость ИСО 2 относительно ИСО 1. Однако до встречи двух ИСО с этой скоростью будет пройден путь между ними на начало движения. Из условий эксперимента ясно, что собственной длиной этого пути является дистанция S. В *любой другой* системе отсчёта этот отрезок будет выглядеть укороченным. Как мы указали, "... для ИСО 2 действительная длина трассы S считается *движущейся* вместе с ИСО 1 и вследствие этого испытывает лоренцево сокращение". То есть, мы можем это рассматривать, как то, что наблюдатель в ИСО 1 *неподвижен* в системе покоя трассы S, а движется ему навстречу ИСО 2. Но в этом случае эта дистанция S в системе покоя ИСО 1 не должна испытывать лоренцева сокращения. С другой стороны, если ИСО 1 движется навстречу ИСО 2 со скоростью v_3, то, соответственно, и ИСО 2 движется навстречу ИСО 1 с той же скоростью v_3. Время до встречи будет равно:

$$\frac{S}{v_3} = \frac{S_1 + S_2}{v_3} = \frac{t_0 v_1 + t_0 v_2}{v_3} = t_0 \frac{v_1 + v_2}{v_3}$$

Но время S/v_3 – это время движения одной из ИСО до *встречи* с другой, и которое равно по определению t_0. Это довольно тонкий момент, и даже можно сказать, едва заметное условие для подмены понятий. Не сразу заметно, что в уравнениях (6.6) и (6.6а) скорость v_3 под корнем и скорость v_3 слева от знака равенства – это, *видимо*, две *разные* скорости. Конечно, дистанция S, "привязанная" к ИСО 1, на самом деле лишь *эквивалент* реально неподвижной дистанции S в ИСО 0. Тем не менее, она находится в покое, хотя и в другой системе отсчёта – в ИСО 1, поэтому *определённо* имеет ту же протяжённость. Нет *видимых* противоречий и в том, что относительно *эквивалентной* дистанции S две ИСО до встречи двигались также в течение времени t_0. Действительно, в момент встречи часы в ИСО 1 будут показывать *действительное* время:

$$t_1 = t_0\sqrt{1 - v_1^2}$$

Но это относится к пройденной ими *действительной* дистанции:

$$S' = S_1\sqrt{1 - v_1^2}$$

Следовательно, если эти часы прошли более длинную дистанцию, то и показания их должны быть больше:

$$v_1 = \frac{S'}{t_1} = \frac{S_1\sqrt{1 - v_1^2}}{t_0\sqrt{1 - v_1^2}} = \frac{S_1}{t_0} \quad \rightarrow \quad \frac{S\sqrt{1 - v_1^2}}{t_0\sqrt{1 - v_1^2}} = \frac{S}{t_0} = v_3$$

В этом случае мы приходим к равенству (10.18):

$$t_0 = \frac{S}{v_3} = t_0 \frac{v_1 + v_2}{v_3} \quad \rightarrow \quad \frac{v_1 + v_2}{v_3} = 1$$

Можно назвать эти только что приведённые рассуждения умышленно направленными на получение *заранее* определённых выводов: исходное уравнение для получения формулы сложения скоростей (6.6) с учётом этого равенства должно приобрести такой же вид, как и (10.13). В этом случае мы получим рассмотренные в данной главе отличающиеся от традиционной формулы для сложения скоростей и все рассмотренные следствия из них.

Изменение уравнения (6.6), как видим, можно сделать на основе, в сущности, достаточно корректных рассуждений. Наоборот, внести такие же корректировки в уравнение (10.13), чтобы преобразовать его к виду (6.6) не представляется возможным, поскольку все суммируемые интервалы находятся в одной, неподвижной для них ИСО. Кроме того, при *прямолинейном* преобразовании уравнения (6.6) специальной относительности в тахионное уравнение (10.1), результирующая формула сложения скоростей даёт логически неприемлемые результаты. Вместе с тем, обратное преобразование (6.6) к тахионному виду (10.13) даёт в специальной теории относительности вполне работоспособные, непротиворечивые формулы сложения скоростей. Таким образом, мы вновь приходим к вынужденному заключению, что классическая формула сложения скоростей в СТО имеет определённо слабые основания.

10.5 Сигнализация в прошлое в СТО и ТТО

Ранее мы рассмотрели выкладки Толмена, который предсказал сигнализацию в прошлое, если события обмениваются сверхсветовым сигналом [глава 9]. Однако эти выкладки мы признали некорректными, поскольку в использованных уравнениях были обнаружены подстановки с подменой понятий. Вместе с тем, факт сигнализации в прошлое в специальной теории относительности считается общепризнанным.

Изохроны

Рассмотрим это явление иным способом, используя диаграммы Минковского. На рис.10.7 показаны четыре мировые линии трёх ИСО. В неподвижной ИСО А находятся два объекта-события – a и b, мировые линии которых изображены двумя вертикальными линиями t_a и t_b. Тонкие гиперболические линии

– это *изохроны* и *изотрасы*. У этих линий (калибровочные кривые, «семейство гипербол») в литературе нет общепризнанного названия, поэтому для определенности мы и дали им указанные названия [44]. Такие названия вполне допустимы, поскольку они точно отражает смысл этих линий. Изохрона отсекает на всех мировых линиях ИСО, движущихся из начала координат, отрезки равного времени, прошедшего от начала движения. Понятно, что изохрон на диаграмме Минковского может быть бесчисленное множество – по величине времени, отсекаемого на мировых линиях ИСО, все они описываются уравнениями гипербол $t^2 = x^2+t_i^2$. Например, изохрона t_{120} показывает, что во всех ИСО, мировые линии которых дошли до неё, прошло время ровно t_i=120 единиц от начала движения по их собственным часам.

Все изохроны для тардионных ИСО, которые рассматриваются в специальной теории относительности, на диаграммах Минковского располагаются ветвями вверх вдоль оси времени (движение в будущее) или вниз (движение из прошлого).

К изохронам «ортогонально» располагаются соответствующие гиперболы, которые можно назвать «изотрасами» (или изотрассами) – ветвями вправо (удаление от неподвижной ИСО вправо) или влево (удаление от ИСО влево). Это линии, отсекающие на мировых линиях расстояний отрезки равных дистанций (трасс), то есть, показывающие одинаковое расстояние от начала координат во всех движущихся ИСО. Уравнения изотрас – $x^2 = t^2+x_i^2$. Изохроны и изотрасы на бесконечности сколь угодно близко приближаются к мировым линиям света, но никогда не коснутся их.

Чему равно время в соответствующей ИСО и её удалённость от начала координат, определяется в точке пересечения изохроны мировой линией и координатной мировой линией, осью *x*-координаты этой ИСО в текущий момент времени. Например, на рис.10.7 часы в ИСО С в момент времени 60 по часам неподвижной ИСО А показывают время ~45, а сама ИСО С в этот момент удалилась от начала координат на расстояние ~80. Скорость этой ИСО по рисунку определена равной $v_C \approx 102/180 \approx 0{,}568$, следовательно:

$$t_C = t_A\sqrt{1-v_C^2} = 60\sqrt{1-0{,}568^2} \approx 49$$

Или, например, часы в ИСО С показывают время ~140 в момент времени ~170 по часам неподвижной ИСО А. Сама ИСО С в этот момент удалилась от начала координат с точки зрения ИСО А на расстояние ~97, но с точки зрения ИСО С, по её изотрасе удаление составляет ~80. Это соотношение совпадает и с аналитическим решением:

$$x_C = v_C t_C = v_C t_A\sqrt{1-v_C^2} = 97\sqrt{1-0{,}568^2} \approx 79{,}8$$

Эти соотношения, как указано, относятся к ИСО в формализме специальной теории относительности. Но они справедливы и в тахионной теории относительности, но с точностью до наоборот. В тахионной теории изохроны расположены ветвями вдоль оси расстояний, то есть, совпадают с изотрасами в специальной теории относительности. Соответственно, и тахионные изотрасы – это изохроны в СТО. Другими словами на диаграмме рис.10.7 изотраса x_{80} в формализме специальной теории относительности на этой же диаграмме является изохроной t_{80} в формализме тахионной теории относительности. Следовательно, в тахионной теории относительности изохроны являются дополнениями к изохронам специальной теории относительности, формально дублируя их.

Точка пересечения мировой линии и изохроны является инвариантом. Если ИСО рассматривается как ИСО покоя, то эта точка находится на вертикальной линии. Если ИСО движется, то эта же точка по-прежнему находится на пересечении мировой линии движущейся ИСО с этой же изохроной. Например, с точки зрения неподвижной ИСО А точка d' некоторого события изображена на диаграмме рис.10.7 на вертикальной оси времени, мировой линии этой ИСО в момент времени 100 единиц. Если систему А рассматривать с точки зрения другой ИСО С, теперь уже её считая неподвижной, то точка d' переносится по изохроне на новое положение мировой линии ИСО А, где она обозначена как d''. Этот механизм справедлив и в формализме тахионной теории относительности: точно так же точка с изохроны движущейся ИСО может быть перенесена на её перемещённую мировую линию ставшей неподвижной ИСО и смежную СТО-изохрону, которая в тахионной ТО является изотрасой.

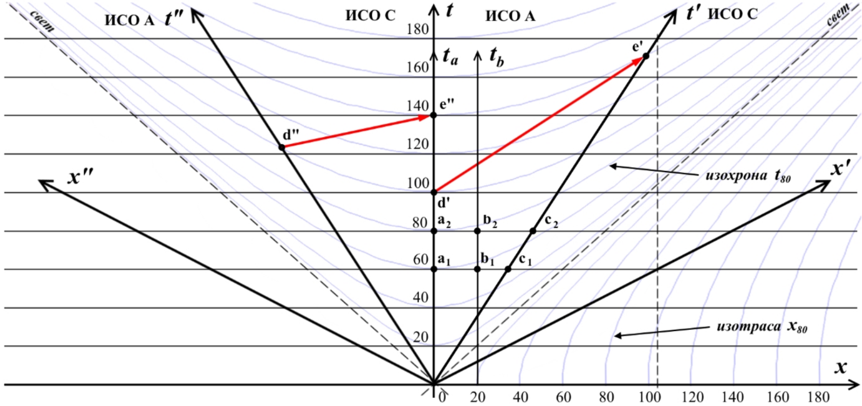


Рис.10.7. Диаграмма Минковского – изохроны и изотрасы

Для контроля покажем на рис.10.7, как по изохронам определяется лоренцево сокращение интервалов времени. Рассмотрим интервал времени между событиями a_1a_2. С точки зрения ИСО А на диаграмме прошло время 20 единиц. По изохронам определяем интервал времени c_1c_2 с точки зрения неподвижной ИСО. Через точку c_1 проходит изохрона (на диаграмме не показана) со временем примерно 48 единиц, а через точку c_2 – примерно 65 единиц. Следовательно, графически интервал времени между событиями c_1c_2 равен примерно 65 – 48 = 17 единиц. Скорость ИСО С в масштабе диаграммы, напомним, равна примерно $v_C \approx 0{,}568$. Следовательно, при этой скорости интервал времени в 20 единиц аналитически должен сократиться до:

$$t_C = t_A\sqrt{1-v^2} = 20\sqrt{1-0{,}568^2} \approx 16{,}5$$

Как видим, графически получен вполне приемлемый результат. Изохроны и изотрасы позволяют наглядно, на диаграмме определить момент времени или координату в каждой точке любой ИСО. Они позволяют легко переносить картину ИСО из одного состояния движения другое. Например, на рис.10.7 в ИСО А на правой половине диаграммы изображён сигнал, испускаемый в ИСО А из точки d' и принимаемый в

ИСО C в точке e'. Эти точки и сигнал можно легко перенести в ИСО C. Точки находятся, соответственно, на изохронах t_{100} и t_{140}. Нужно просто нанести их новые положения на изменённые положения двух ИСО. Новое положение – это взгляд на картину с точки зрения другой ИСО, то есть, неподвижная теперь – это ИСО C, с мировой линией, расположенной вертикально, а движущаяся – ИСО A с мировой линией t''. Новые положения точек d' и e' с точки зрения неподвижной ИСО C обозначены как d'' и e''.

Параллельное движение

Здесь нам следует уточнить одну деталь, которая будет иметь значение в дальнейших рассуждениях. Как правило, при описании эффектов СТО негласно предполагается, что движущаяся ИСО движется *параллельно* неподвижной. Однако такой подход полностью эквивалентен предположению о движении ИСО коллинеарно, строго *по той же линии*, на которой находится и неподвижная.

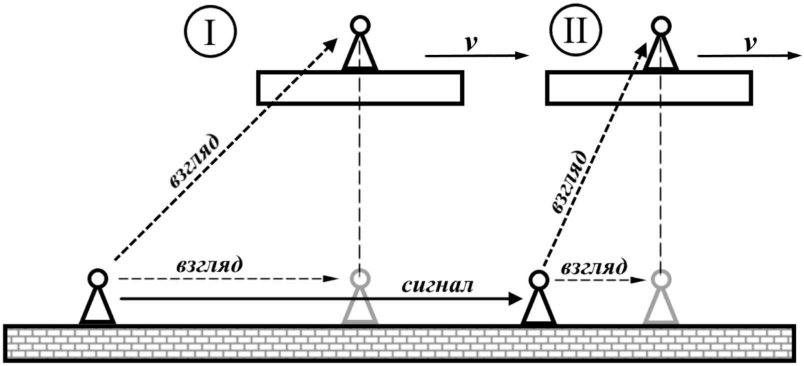


Рис.10.8. Эквивалентность параллельного движения и движения вдоль одной линии

Второй вариант более точно соответствует принципам теории относительности, поскольку все её эффекты проявляются исключительно по линии взаимного движения, удаления или сближения ИСО. Тем не менее, вполне допустимо рассматривать движение как параллельное, при котором сигналы имеют ортогональные составляющие, поскольку на результаты, на лоренцевы эффекты влияет только коллинеарное движение, вдоль одной и той же линии, как показано на рис.10.8. Сигналы "взгляд", световые картинки на рисунке прибывают от источника к приёмнику одновременно, независимо от ортогональной составляющей. Теперь ясно, что в каждую ИСО из относительной сигналы приходят вдоль одной и той же линии, поэтому различия между ними состоят *только* во времени их прибытия. Определить, с какого расстояния пришёл тот или иной сигнал, *невозможно*.

Изменение знака интервала времени

Теперь вновь рассмотрим рассуждения Толмена об изменении знака интервала времени при сверхсветовых сигналах между событиями [гл.9; 12, ур.29]:

$$\Delta t' = \frac{1 - uV/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Delta t \quad (29)$$

Как указано в цитируемой работе, при некоторой сверхсветовой скорости сигнала между объектами в неподвижной ИСО, а точнее, при $u > 1/V$, знак интервала времени с точки зрения ИСО, движущейся со скоростью V, измениться на противоположный. Это, очевидно, означает, что последовательность событий для этой ИСО стала обратной, причина и следствие поменялись ролями, что, в свою очередь, означает передачу сигнала в прошлое. Например, заметим, что парадокс будет наблюдаться при скорости сигнала $u > 2$ в случае скорости ИСО $V = 0,5$. Обратимся к рис.10.9, фрагменту рисунка рис.10.7. Рассмотрим предельную ситуацию, когда направление сигнала совпадает с направлением удаления ИСО C, то есть, от a_0 к b_0 на рис.10.9. Эта ситуация, очевидно, является "граничной" между обменами медленным, досветовым сигналом и быстрым, сверхсветовым. Как видно на рисунке, событие в a_0 вызывает реакцию в событии b_1. Расстояние между событиями равно 20, поэтому время движения со скоростью света инициирующего сигнала равно 20. Рассматривая изохроны, отмечаем, что с точки зрения неподвижной ИСО время излучения светового сигнала из a_0, равное 40, соответствует времени в движущейся ИСО в точке c_0, равному приблизительно 30. Время прибытия сигнала в b_1, равное 60, соответствует времени в точке c_1, равному приблизительно 48. То есть, с точки зрения неподвижной ИСО её собственный интервал 20 сократился в движущейся ИСО до ≈ 48 – 30 = 18.

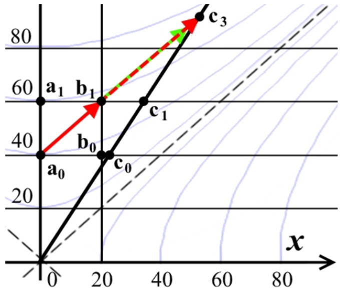


Рис.10.9. Исследование световой сигнализации в прошлое на диаграмме Минковского при попутном направлении сигнала и движущейся ИСО

Выше мы вычислили, что такое лоренцево сокращение соответствует изображённой на рисунке скорости движения ИСО С. С момента достижения причинным сигналом события b_1 далее в сторону ИСО С движутся "визуальные сигналы": исходный инициирующий, причинный сигнал из a_0 и вызванный им сигнал от воздействия на b_1, сигнал-следствие. Поскольку эти два сигнала движутся с одной и той же, световой скоростью, то и в ИСО С они прибудут *одновременно*. Отметим, что никаким способом в ИСО С *невозможно* определить, какой из этих сигналов – причина, а какой – следствие. По красному смещению это невозможно, поскольку источники удаляются с одной и той же скоростью. По яркости это определить также невозможно, поскольку исходная, базовая яркость источников по определению неизвестна. Из этого возникает довольно странный вывод. С одной стороны, мы, вроде бы, видим явное проявление относительности одновременности: в ИСО С эти два события одновременны, а в ИСО А (a и b) – эти два события произошли в разное время. Однако возникает несоответствие с лоренцевым сокращением времени. В ИСО А ожидают, что интервал времени между событиями a_0 и b_1 в ИСО С равен

18, но по измерениям он равен нулю, что можно назвать иллюзорностью преобразований Лоренца [47].

Точно такую же странность можно обнаружить и в случае обмена световым сигналом в обратном направлении, от события b к событию a, рис.10.10.

Рассмотрим это обратное направление сигнала – от b_2 к a_3, противоположное направлению движения ИСО С. В этом случае время между событиями в ИСО А по-прежнему равно 20. Следовательно, с точки зрения этой ИСО интервал времени в ИСО С должен быть равен ~17. Действительно, с её точки зрения в момент излучения сигнала в b_2 время в ИСО С в точке c_2 равно по изохронам ~ 45, а время получения сигнала в a_3 соответствует времени в ИСО С в точке c_3 ~63. Интервал времени в ИСО С, таким образом, видится из ИСО А равным ≈ 63 – 45 ≈ 18, что по-прежнему соответствует вычислениям, исходящим из скорости ИСО С. Однако реальный интервал времени по измерениям в ИСО С, как видно на рис.10.10 по изохронам, равен: ≈ 152 - 75 = 77.

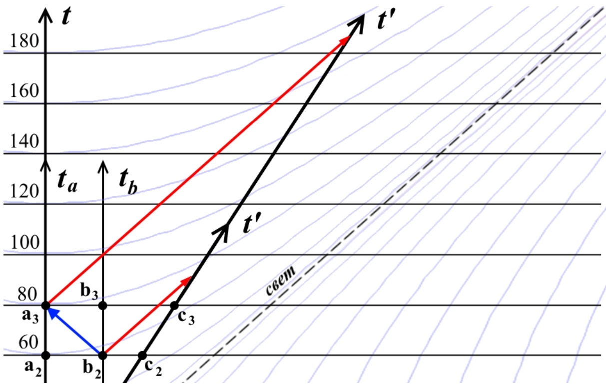


Рис.10.10. Исследование световой сигнализации в прошлое на диаграмме Минковского при противоположном направлении сигнала и движущейся ИСО

По всей видимости, следует ожидать, эта странность будет наблюдается и при обмене менее быстрым, досветовым сигналом. На рисунке показано обратное направление досветового сигнала – от b_0 к a_3, противоположное направлению движения ИСО С. В этом случае время между событиями излучение-поглощение в ИСО А равно 40. Следовательно, с точки зрения этой ИСО интервал времени в ИСО С должен быть примерно равен:

$$t_C = t_A\sqrt{1-v^2} = 40\sqrt{1-0{,}568^2} \approx 33 \quad (10.12)$$

С другой стороны, с точки зрения ИСО А, в момент излучения сигнала в b_0 время в ИСО С в точке c_0 равно по изохронам ~32, а время получения сигнала в a_3 соответствует времени в ИСО С в точке c_3 ~65. Интервал времени в ИСО С, таким образом, видится из ИСО А равным $\approx 65 - 32 = 33$, что точно соответствует вычислениям (10.12), исходящим из скорости ИСО С. Однако реальный интервал времени по измерениям в ИСО С, как видно на рис.10.11 по изохронам, равен: $\approx 152 - 38 = 114$. И в этом случае мы видим, что реальный интервал времени в ИСО С заметно отличается от интервала, вычисленного в ИСО А по преобразованиям Лоренца [47].

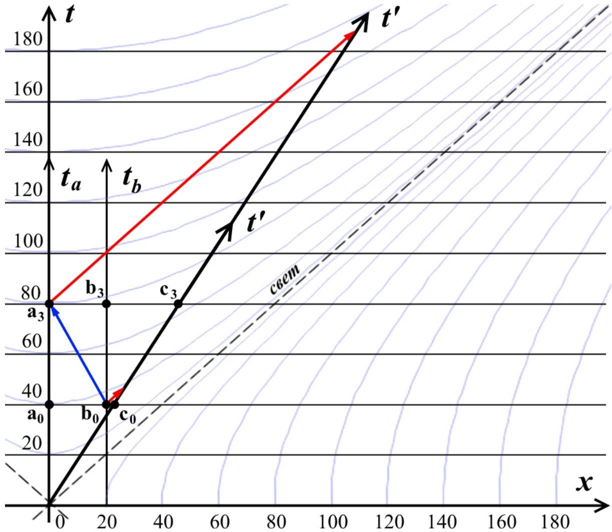


Рис.10.11. Исследование досветовой сигнализации в прошлое на диаграмме Минковского

Теперь рассмотрим ситуацию, описанную Толменом: сигнал между событиями имеет сверхсветовую скорость. Посмотрев сначала на рис.10.11, догадываемся, что при обратном направлении сверхсветового сигнала от b к a, картина ничем не будет отличаться от картин этого рисунка со световым и досветовым сигналами. Поэтому сразу же рассматриваем картину с прямым направлением сверхсветового сигнала, в ту же сторону, куда движется ИСО C.

На рис.10.12 скорость сверхсветового сигнала превышает скорость света в 2 раза, а направление совпадает с направлением удаления ИСО C, то есть, от a_0 к b_0. Как видно на рисунке, событие в a_0 вызывает реакцию в событии b_1. Время движения инициирующего сигнала равно 10.

Рассматривая изохроны, отмечаем, что с точки зрения неподвижной ИСО время излучения сигнала в a_0, равное 80, соответствует времени в движущейся ИСО в точке c_0, равному приблизительно 62. Время прибытия сигнала в b_1, равное 90, соответствует времени в точке c_1, равному приблизительно 72. То есть, с точки зрения неподвижной ИСО её собственный интервал 10 "сократился" в движущейся ИСО до ≈ 72 – 62 = 10.

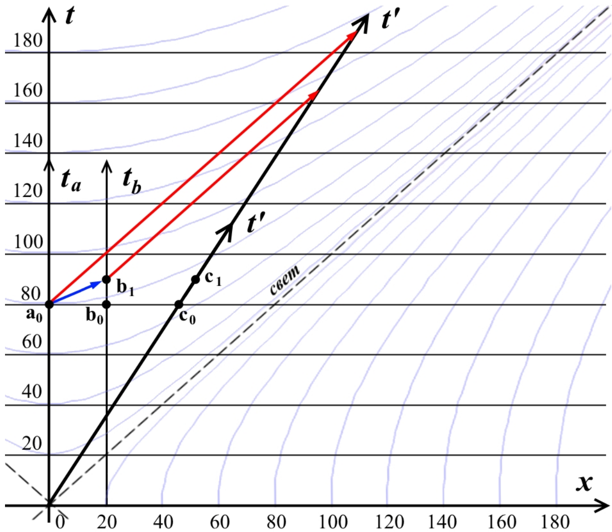


Рис.10.12. Исследование сверхсветовой сигнализации в прошлое на диаграмме Минковского

Слово "сократился" мы взяли в кавычки, поскольку на самом деле на диаграмме в пределах графической погрешности мы видим сохранение длины интервала времени. Произошло ожидаемая деформация преобразований Лоренца в случае применения их к сверхсветовому сигналу, которые противоречат положениям и выводам специальной теории относительности.

Однако, как и в выше рассмотренных случаях, измеренный в ИСО C интервал также имеет значение, отличающееся от предсказанных диаграммой Минковского. Действительно, инициирующий сигнал по часам ИСО C будет "увиден" в ней в момент времени ≈ 155, а момент достижение им события b будет "увиден" в момент времени ≈ 133, то есть, фактический интервал между сигналами равен ≈ 155 – 133 = 22. Причём, знак интервала отрицательный, что, в общем, соответствует предсказаниям Толмена [гл.9; 12, ур.29].

Но это лишь на первый, качественный взгляд, поскольку количественно мы видим расхождение. Как видно на рис.10.12, отрицательная величина интервала времени будет наблюдаться *независимо* от скорости ИСО, достаточно лишь, чтобы информационный сигнал между a и b был *просто* сверхсветовым, вместо указанного Толменом соотношения $uV > 1$, а его направления совпадало с направлением движения относительно движущейся ИСО. Следовательно, выкладки Толмена, приведшие к выводу об изменении знака интервала, действительно оказались некорректными.

Напомним, что все эти примеры мы рассматривали для того чтобы выяснить, возникает ли в тахионной теории относительности такая же ситуация с изменением знака интервала между причинно-связанными событиями, буквально – сигнализация в прошлое, и каковы условия её возникновения. Вновь из рис.10.12 замечаем, что при удалении тахионной ИСО от событий a, b нет никакой возможности узнать истинное положение в них, поскольку свет от них никогда не достигнет удаляющейся со сверхсветовой скоростью ИСО. Кроме того, и совпадение направлений причинно-следственного сигнала с направлением тахионной ИСО, очевидно, не приведёт к изменению "мысленного" интервала в ней. Поэтому рассматриваем движение тахионной ИСО к событиям издалека до встречи и встречное направление сигнала.

На рис.10.13 оранжевым цветом изображена тахионная ИСО, движущаяся справа налево в сторону событий a-b, обменивающиеся причинным сверхсветовым сигналом. Мы исходим из того, что у тахионной ИСО C', изображённой чёрной мировой линией t', есть симметричная копия, также движущаяся из начала координат, но в противоположной направлении, влево (на диаграмме не показана).

В этой симметричной ИСО S" существует множество наблюдателей, мировая линия одного из которых изображена оранжевой мировой линией t". Очевидно, что все ИСО, имеющие такой же наклон, скорость, являются одной и той же ИСО, но относящиеся к разным наблюдателям в них. Следовательно, время в точках c_1 и c_0 мы можем определить по тахионным изохронам и точкам c'_0 и c'_1. Очевидно, что тахионные изохроны у этих симметричных ИСО также симметричны. Следовательно, одному и тому же удалению от начала координат в этих ИСО соответствует одно и то же собственное время.

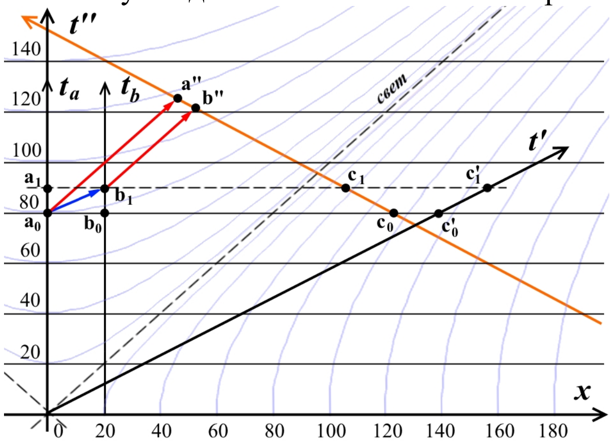


Рис.10.13. Диаграмма Минковского – исследование сигнализации в прошлое в ТТО

Находим, что время в тахионной ИСО C в точке c'_0 соответствующее точкам a_0, b_0 равно ~115, а время c'_1, соответствующее времени a_1, равно ~127, то есть, интервал времени в тахионной ИСО, равен 12, что довольно точно совпадает с интервалом в неподвижной ИСО, равным 10. Вследствие симметрии, такой же интервал будет и между событиями c_1 и c_2 во встречной ИСО С'. Можно показать, что величина тахионного интервала тем больше, чем больше её скорость.

Также на диаграмме видно, что знаки интервалов в неподвижной ИСО и в движущейся тахионной ИСО при *вычислениях* совпадают. Действительно, в движущейся тахионной ИСО событие c_0, соответствующее излучению причинного сигнала, наступает раньше события c_1., соответствующего сигналу-следствию. Однако это по вычислениям. При реальном измерении в тахионной ИСО будет получен противоположный знак интервала, такой же результат, как и при измерениях в обычной движущейся ИСО. Как видно на диаграмме, первым в тахионную ИСО прибудет сигнал от события b, события-следствия. И лишь после этого поступит сигнал от события a, события-причины. Знак интервала времени между a'' и b'' при встречном движении тахионной ИСО и причинного сигнала оказывается *противоположным* вычисленному.

Как и в случае досветовых ИСО в тахионных условия для возникновения сигнализации в прошлое такие же: необходимо лишь, чтобы причинный сигнал был просто сверхсветовым, а его направление – противоположно движущейся издалека навстречу тахионной ИСО. Условия, основанные на выкладках Толмена, оказались некорректными и в формализме тахионной теории относительности. Наименьшая "глубина" проникновения в прошлое, вплоть до нуля, возникает при скорости причинного сигнала от a к b наименее превышающей скорость света. При мгновенной передаче причинного сигнала от a к b величина интервала наибольшая. Выглядит это так. В процессе движения в тахионную ИСО сначала поступает сигнал от события b, следствия. И только после этого поступает сигнал от события a – причины.

10.6 Путешествие в прошлое

Рассмотренные выше выкладки о сигнализации в прошлое на самом деле ошибочны в самой своей основе. Сигнализация в прошлое в этих выкладках на самом деле – иллюзия. То, что в движущуюся ИСО поступают причинно-следственные сигналы в обратной последовательности может служить хорошей иллюстрацией к относительности одновременности. Причём собственно причинно-следственная связь при этом может отсутствовать. Действительная сигнализация в прошлое имеет физический и логический смысл, только если это сигнализация в собственное прошлое. Отправив сигнал в собственное прошлое, наблюдатель вдруг "вспоминает" что он этот сигнал действительно в прошлом получил.

Это явление, бесспорно, является не просто парадоксом, а противоречием. На нём, в частности, построен известный парадокс дедушки. Если некто отправится в прошлое и убьёт своего дедушку до того, как у него появятся дети, родитель путешественника, то он не смог бы родиться и, следовательно, совершить свой криминальный поступок. Возникает петля времени, неразрешимое противоречие.

Такое путешествие в прошлое, сигнализация действительно предсказывается в специальной теории относительности в случае применения её к запрещённым в ней сверхсветовым сигналам. Существует два варианта сигнализации, путешествия в прошлое. Первый можно назвать мягким вариантом, в котором сигнал в прошлое поступает после того, как он в нём был инициирован. На рис.10.14 такие сигналы изображены синими мировыми линиями. В правой ИСО А в момент времени 120 из точки d излучается сверхсветовой, тахионный сигнал, который поступает в движущуюся ИСО С в точку e. Однако до того, как этот сигнал достигнет точки e ответного сигнала из ИСО С не будет. И только после достижения сигнала точки e возникает ответный сигнал, идущий *из будущего*. Буквально это означает, что наблюдатель в ИСО А вдруг "вспоминает", что в прошлом он получил сигнал из ИСО С, который поступил в момент времени 180 в точку f.

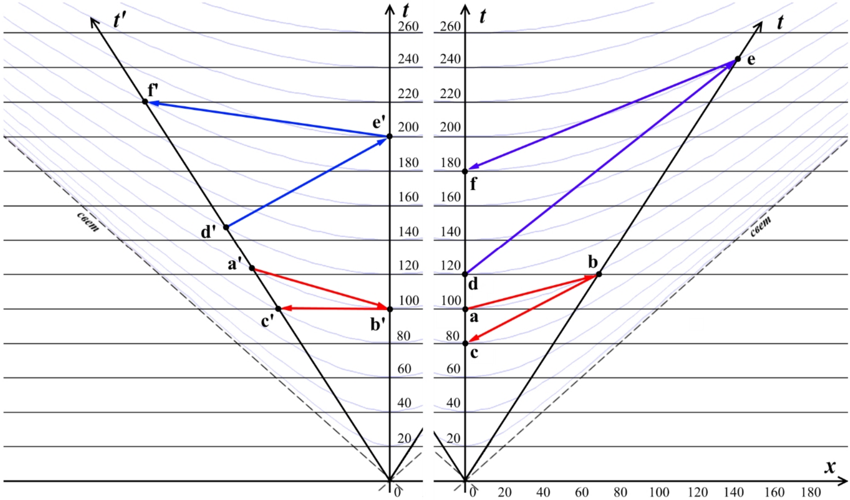


Рис.10.14. Сигнализация в прошлое на диаграмме Минковского

Эта абсурдная, противоречивая ситуация возникает только в ИСО А, поскольку в ИСО С обмен сигналами не имеет противоречий. Из точки d' излучается тахионный сигнал, который поступает в точку e' в момент времени 200, после чего сразу же излучается ответный сверхсветовой сигнал.

Второй вариант, жёсткий ведёт к петле времени, когда ответный сигнал-следствие приходит к инициатору в момент времени до излучения им сигнала-причины. На рис.10.14 этот вариант показан красными мировыми линиями.

В момент времени 100 в ИСО А из точки а излучается сверхсветовой сигнал, который прибывает в ИСО С в момент времени b: по часам ИСО А – это 120, а по часам ИСО С – 100. Такой сигнал, соединяющий две точки на одной изохроне, мы называем изохронным тахионом, особенностью которого является то, что существует такая ИСО, в которой его скорость равна бесконечности [54]. Как видно на диаграмме, в момент времени 120 наблюдатель в ИСО А, как и выше, вдруг "вспоминает", что задолго до излучения им инициирующего сигнала-причины он уже получил в момент времени 80, в точке с "ответный" сигнал-следствие. То есть, следствие наступило раньше причины, что является противоречием.

В этом варианте сигнализации такая же противоречивая картина наблюдается и в относительной ИСО С. В ней в момент времени 100 в точке b' происходит странное событие. Наблюдатель пока ещё не получил сигнала из будущего, из ИСО А из точки а', однако он по неизвестной причине, а точнее – без всякой причины излучает изохронный тахион. Мы знаем, что *глобально* этот сигнал является сигналом-следствием, ответом на сигнал-причину из ИСО А. Каким-то образом наблюдатель в ИСО С "догадался", что из ИСО А ему направлен запрос, на который ему следует дать ответ. Что является причиной, а что – следствием в этом случае определить невозможно. Однако сторонники сверхсветовой применимости специальной теории относительности нашли, как им кажется, выход. Для решения этого противоречия был сформулирован принцип реинтерпретации (принцип переключения), который, по сути, является подменой понятий [50]. Его применение к рассмотренному варианту предлагает следующее. В ИСО А в момент времени 80, из точки "с" излучается антитахион, после чего в точке "а" излучается ещё и обычный тахион. Применение СТО к сверхсветовой частице – тахиону – наделяет его отрицательной энергией. Следовательно, антитахион имеет положительную энергию и движется нормально, в будущее, в отличие от полученного из ИСО С тахиона, который двигался из будущего в прошлое. Казалось бы, проблема решена. Но возникает вопрос: в нашем примере в момент времени 80 из точки "с" в ИСО А *ничего не излучалось*. Аналогичная "реинтерпретация" предлагается и в ИСО С. В этом случае в момент времени b' наблюдатель производит двойное излучение: изохронного тахиона в сторону точки с' и "медленного" тахиона (с отрицательной энергией) нормально, в будущее, в точку а'. Однако и здесь неизбежно возражение: в этот момент времени 100 из точки b' в ИСО С тахиона *никто не излучал*.

В заключение просто проиллюстрируем, что в тахионной теории относительности возможна сигнализация в прошлое в мягком варианте, без образования петель времени. На рис.10.15 из неподвижной ИСО А, на рисунке – справа в момент времени 40 из точки "а" излучается тахион в движущуюся ИСО С, мировая линия t'. В момент времени 140 по её часам она получает этот сигнал в точке b и посылает ответный сигнал в сторону ИСО А. В ИСО А этот ответный сигнал получен в момент времени 160 в точке "с". Все реперные точки сигналов, координаты их начала и конца построены с использованием изохронных координат диаграммы.

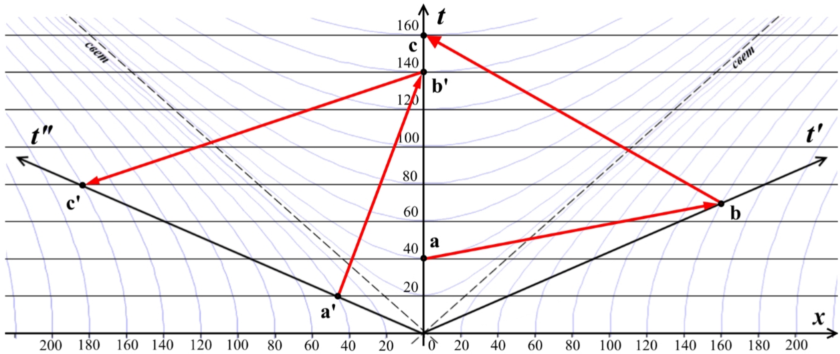


Рис.10.15. Сигнализация в прошлое в ТТО на диаграмме Минковского

С точки зрения ИСО С эта картина обмена сигналами изображена на левой стороне рисунка. Как видим, в этой ИСО ответный сигнал, тахион, отправленный по её часам в момент времени 140 движется обратном направлении времени, в её собственное прошлое. Хотя это является физически недопустимым, тем не менее, петля времени не образуется. Достаточно детальный анализ показал, что, по всей видимости, в тахионной теории относительности петли времени образоваться не могут ни при каких вариантах обмена сигналами. Следовательно, парадокс дедушки в тахионной относительности возникнуть не может. Во всех рассмотренных схемах обмена сигналами сигнал-следствие никогда не возвращался в инициирующую ИСО в момент времени, предшествующей сигналу-причине. Несомненно, что явление сигнализации в прошлое в рамках формализма теорий относительности присуще исключительно *аналитическим* вычислениям и *графическим* построениям на общепризнанных диаграммах Минковского. Очевидно, что в *реальной* физической обстановке отправленный сигнал может двигаться и движется в пространстве-времени *только в будущее*. Попадание сигнала в прошлое системы-получателя – это кажущийся, иллюзорный эффект для системы-отправителя [47].

Кроме того, следует заметить, что движение в прошлое на диаграммах Минковского – это, по всей видимости, прямое следствие второго постулата СТО об инварианте скорости света, требующего в специальной теории относительности признания этой скорости предельной. Казалось бы, сверхсветовые ИСО тахионной теории вступают в прямое противоречие с этим постулатом (принципом):

"Каждый луч света движется в "покоящейся" системе координат с определенной скоростью *V*, независимо от того, испускается ли этот луч света покоящимся или движущимся телом" [37, с.12].

Однако в формулировке этого постулата такое противоречие не просматривается. Действительно, движущаяся со сверхсветовой скоростью ИСО может точно так же испустить луч света, который будет двигаться с той же скоростью *V* – скоростью света. Если изобразить возможные варианты излучения света неподвижными и движущимися ИСО, то получится следующая картина:

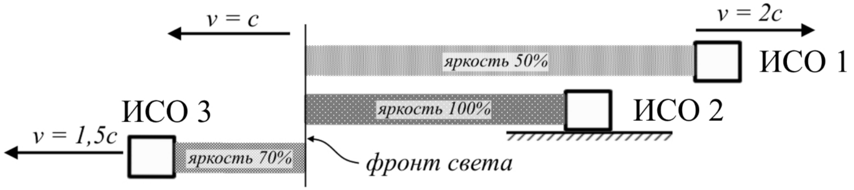


Рис.10.16. Демонстрация 2-го постулата в тахионной ТО

Эта картина отличается от того, что наблюдается в рамках СТО [43]. Однако, как и в СТО, фронт лучей света – один и тот же, независимо от состояния движения источника луча, фотонов. На рис.10.16 три ИСО в момент, когда они поравнялись, излучают лучи света в одну сторону, влево. Далее, как видно на рисунке, все фронты этих лучей распространяются в пространстве рядом друг с другом. Различие состоит, очевидно, только в яркости этих лучей. Яркость луча, испущенного неподвижной ИСО 2, взята за базовую, 100%. Луч света, испущенный движущейся вправо ИСО 1 имеет яркость, в два раза ниже базовой. Это связано с тем, что фотоны этой ИСО испускаются непрерывно и движутся со скоростью света, обеспечивая такую же скорость движения фронта этого луча. Однако в связи с удалением источника с удвоенной скоростью света, плотность фотонов в нём будет также в 2 раза меньше, что будет проявляться в уменьшении его яркости. Точно такая же картина будет наблюдаться и с лучом, испущенным ИСО 3, движущейся в ту же сторону, что и фронт лучей света. Здесь также плотность фотонов в луче будет уменьшенной, поскольку их поступление в общий луч будет со смещением в пространстве, опережать фронт луча. Таким образом, второй постулат СТО можно считать условно справедливым и в формализме тахионной теории относительности. Условность заключается в том, что лучи света в СТО и в ТТО, всё-таки, различаются по существу. В ТТО эти лучи света правильнее рассматривать как "мерцающие". Поскольку лучи света состоят из дискретных фотонов, часть времени работы источников проходит без их излучения.

Вместе с тем, тахионная ТО имеет явное и, похоже, неустранимое противоречие с СТО, связанное с первым постулатом:

"Законы, по которым изменяются состояния физических систем, не зависят от того, к которой из двух координатных систем, движущихся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, эти изменения состояния относятся" [37, с.11].

Весьма трудно представить, что в движущейся тахионной ИСО фотон также движется со скоростью света, как и в формализме СТО. Действительно, если тахионная ИСО движется со скоростью в 3 скорости света, то, согласно *первому* постулату, в ней фотон по-прежнему должен двигаться со скоростью света. Согласно тахионным преобразованиям Лоренца, это вполне объяснимо. Длина пути фотона удлинилась, но и темп времени ускорился. Следовательно, фотон пройдёт этот путь с той же световой скоростью. Но что будет *наблюдаться* из другой тахионной ИСО, движущейся попутно, но со скоростью примерно равной двум скоростям света. В этой попутной тахионной ИСО фотон окажется неподвижным и в ней появляется возможность взвесить его. То есть, формализм тахионной теории относительности прямо допускает присвоение фотону массы покоя. Весь формализм тахионной ТО опирается на непротиворечивые предположения о релятивистском интервале, который, в свою очередь, опирается на второй постулат. Следовательно, масса покоя фотона является вполне непротиворечивым следствием второго постулата.

Выводы

Логическая непротиворечивость и полнота математической модели тахионной теории относительности позволяют считать корректным и строго обоснованным формулирование и непротиворечивое решение в ней классического "парадокса близнецов". Особенностью тахионного парадокса близнецов является то, что моложе окажется близнец (ровесник), остававшийся неподвижным.

Тахионная теория относительности приводит к лоренцевым эффектам, по форме совпадающим с таковыми в специальной теории относительности. Отличие состоит в обратном знаке под корнем коэффициента Лоренца. В результате этого в движущейся ИСО время ускоряется, движущийся стержень удлиняется.

Традиционный вывод формула для сложения скоростей некорректен как в СТО, так и в ТТО, в которой такая формула сложения скоростей даёт неверный результат. Собственно вывод формулы сложения скоростей в ТТО на основе конкретной схемы движения ИСО даёт две различные взаимодополняющие формулы:

для попутного движения двух ИСО:

$$v_3 = \sqrt{v_1^2 v_2^2 - v_1^2 - v_2^2 + 2} \quad (10.8)$$

для встречного движения двух ИСО:

$$v_3 = \sqrt{\frac{v_2^2 + v_1^2 - 2}{v_2^2 - 1}} \quad (10.9)$$

Использование этого же тахионного метода вывода формулы сложения к её выводу в специальной теории относительности также приводит к двум её вариантам:

для попутного движения двух ИСО:

$$v_A = \sqrt{v_B^2 + v_C^2 - v_B^2 v_C^2} \quad (10.15)$$

для встречного движения двух ИСО, одна из которых – "несущая":

$$v_{CB} = v_C = \sqrt{\frac{v_B^2 - v_A^2}{v_B^2 - 1}} \quad (10.16)$$

Новые формулы сложения скоростей в СТО дают корректные результаты, но отличающиеся от результатов вычислений по традиционной формуле:

$$v_A = \frac{v_B + v_C}{1 + v_B v_C}$$

Алгоритм вывода в релятивистской литературе традиционной формулы сложения скоростей выглядит некорректным. Суммарная скорость, вычисленной по традиционной формуле, в реальных экспериментах не проверялась, поэтому корректность формулы следует признать недоказанной. Проверка формулы сложения скоростей в тахионной ТО в реальном эксперименте в обозримом будущем (после 2019 года) вряд ли возможна.

Рассмотренный тахионный алгоритм вывода формулы сложения скоростей приводит в тахионной и специальной теориях относительности к математически корректным, внутренне непротиворечивым результатам. Эта корректность и, напротив, некорректность вывода традиционной формулы сложения также ставит под сомнение корректность, точность последней.

Выкладки Толмена, обосновывавшие изменения последовательности событий во времени, некорректны. Для возникновения сигнализации в прошлое вместо предложенного Толменом соотношения $uv > 1$ достаточно простого превышения скорости причинного сигнала u над скоростью света, независимо от скорости v внешней ИСО и при совпадении направления этих скоростей.

К тахионной теории относительности выкладки Толмена о нарушении причинно-следственной связи также неприменимы. Возникновение сигнализации в прошлое происходит при тех же условиях, что и в СТО, но внешняя тахионная ИСО должна двигаться издалека в сторону причинно связанных событий.

Заключение

Вопреки распространённому мнению, парадокс близнецов в классической формулировке имеет в специальной теории относительности строгое и корректное решение. Ошибочное мнение возникло вследствие подмены понятий: при рассмотрении ситуации с точки зрения движущегося близнеца не учитывается, что его собственный путь в неподвижной ИСО не укорачивается, а удлиняется, поскольку этот путь тождественен внешней ИСО для движущегося стержня, каковым является путь, измеренный движущимся близнецом. В этом случае часы во внешней, неподвижной ИСО идут по отношению к движущемуся близнецу *быстрее*.

В общей теории относительности, также вопреки распространённому мнению, отсутствуют законченные *численные* решения парадокса близнецов с погрешностью, лучше нескольких процентов. Все численные решения в *общих чертах* подтверждают соотношение возрастов близнецов, однако все они содержат неустранимую погрешность. Другая группа просмотренных решений парадокса в общем, аналитическом виде содержит весьма заметные подмены понятий. В уравнения нередко подставляются выражения, полученные средствами специальной теории относительности и не имеющие предыстории в общей теории. Основная часть решений использует *приближённые* выражения, хотя результат представляется как точный. Напротив, *точные* выражения общей теории относительности для гравитационного (эквивалентного) потенциала не удалось привести к окончательному выводу, решению парадокса.

Расширение СТО на сверхсветовые движения приводит к неустранимым *противоречиям*: сигнализации в прошлое и парадоксам причинности. Вместе с тем, уравнение релятивистского интервала прямо ведёт к другому варианту теории относительности – тахионному. Эта теория строго корректно описывает все явления с тахионами и, тем самым, явным образом в отношении сверхсветовых сигналов и тахионов отвергает все известные выкладки специальной теории относительности, которая неприменима к ним.

Собственно парадокс близнецов в тахионной теории относительности имеет такое же непротиворечивое решение в её формализме, как и решение парадокса собственными средствами в специальной теории относительности. Отличие состоит только в том, что движущийся близнец будет старше неподвижного.

Просмотр литературы, связанной с решением парадокса близнецов, выявил неожиданную картину: многие авторы делают довольно-таки тривиальные ошибки при использовании формализма теории относительности, обычно связанные с подменой понятий.

11. Приложения

11.1 Численное интегрирование

Интеграл от некоторой функции геометрически представляет собой площадь под графиком этой функции. Таким образом, для вычисления интеграла функции существуют, по меньшей мере, три принципиально отличных способа. Первый – это аналитической вычисление новой функции - интеграла, второй – разбиение площади на элементарные участки и их пересчет, третий – подобен такому же разбиению на участки, но аналитически, с использованием уравнения интегрируемой функции. В этом случае мы получаем либо график, либо таблицу числовых данных. Напротив, первый способ позволяет получить решение в точном аналитическом виде, что позволяет в дальнейшем осуществлять строгие аналитические преобразования и исследование интеграла, если только при его вычислении не использовались упрощающие замены, фактически подменяющие исходную функцию её подобием.

Современные компьютерные технологии позволяют вычислить значение интеграла в виде графической функции. Мы получаем некую линию, график, предельно точно соответствующий интегралу функции, которая даже может быть и сама представлена в графическом или табличном виде, но аналитическое исследование этой графической (или табличной) функции-интеграла затруднено. Можно отдельные участки интеграла аппроксимировать какими-либо элементарными функциями, но фундаментальную суть интеграла они, разумеется, не отражают.

Тем не менее, графическое, числовое (табличное) интегрирование даёт немало ценной информации. Если не предполагается дальнейшее фундаментальное исследование собственно интеграла, то такие графики вполне достаточны.

Рассмотрим подробнее, как выглядит такое числовое, табличное интегрирование. Возьмем функцию, например, cos(x). Строим её график. Теперь вычисляем последовательно величины cos(x)dx и находим возрастающую сумму: cos1+ cos2+ cos3… для каждого текущего значения x. Пары значений (сумма; x) изображаем в виде графика:

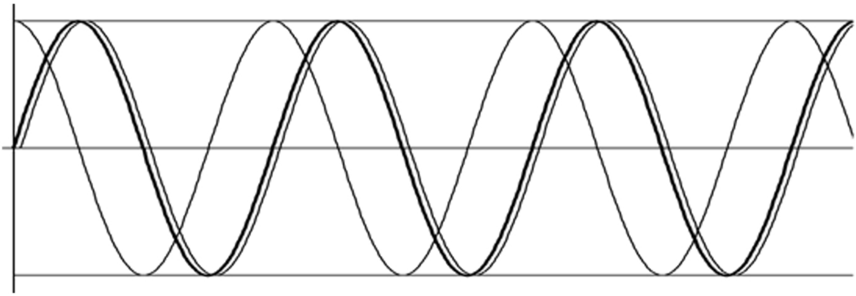


Рис.11.1 Числовой интеграл функции cos(x)

Результатом и является график – уравнение интеграла рис.11.1. На рисунке представлены три графика. Первый - одиночная тонкая линия – это исходная, интегрируемая функция – cos(x). Толстая линия рядом – это её числовой интеграл – sin(x). Рядом с толстой линией интеграла для примера показана аналитическая линии функции sin(x), которая немного смещена вправо, чтобы не сливаться с интегральной линией.

Подобный алгоритм позволяет производить интегрирование любой как аналитической, так и аппроксимированной, табличной функции. Например, трапецеидальное интегрирование состоит из следующих шагов:

Находим первое значение функции.

Находим второе значение функции для прироста аргумента

Запоминаем его для следующего шага

Находим полу-сумму запомненного и нового значений

Умножаем на приращение аргумента (оно неизменно)

Получено значение площади первого интервала

В цикле находим остальные и суммируем их.

Вычисленный интеграл является определенным, на некотором интервале, поэтому каждая промежуточная сумма является точкой графика (таблицы) интеграла.

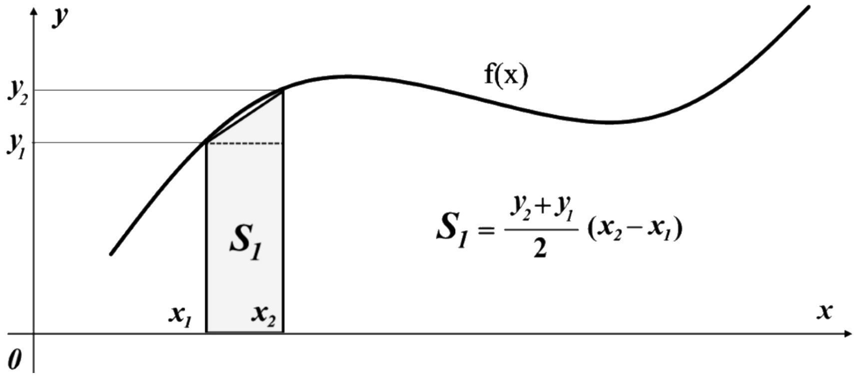


Рис.11.2 Площадь интегральной трапеции

На рис.11.2 показано, как вычисляется площадь элементарной трапецеидальной ячейки интегрируемой функции f(x). При уменьшении приращения (x_2-x_1) площадь прямоугольной трапеции предельно приближается к площади косоугольной трапеции, одна из сторон которой является отрезком линии графика.

$$S_1 = \frac{y_2 + y_1}{2}(x_2 - x_1) \approx \int_{x1}^{x2} f(x)dx$$

11.2 Проверка численного интегрирования функции Sin

Проверка, демонстрация численного интегрирования – функция Sin(φ)

$$y = \int_0^\pi \sin(\varphi)d\varphi = -\cos(\varphi)\Big|_0^\pi = -\cos(\pi) + \cos(0) = -(-1) + 1 = 2$$

Как видно на рис.11.3 численным интегрированием получен результат 2,000. Такое совпадение означает корректность модели численного интегрирования.

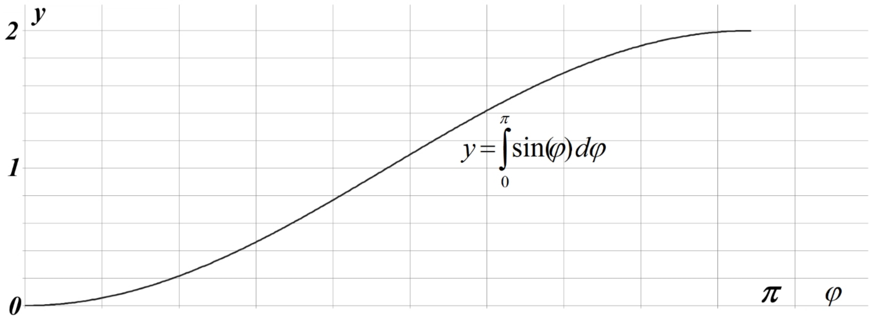


Рис.11.3 Численное интегрирование уравнения Sin(φ)

11.3 Сравнение численного и аналитического интегрирования

Значение следующего интеграла может быть вычислено аналитически абсолютно точно:

$$t_B = -\frac{t_A}{2v_0}\int_{-v_0}^{v_0} \sqrt{1 - s^2}\,ds \approx 17{,}091996 \quad (11.1)$$

Поэтому удобно проверить возможности численного интегрирования, произведя такое же интегрирования этой функции численным способом. Как на рис.11.4 и в таблице после рисунка, и в этом случае результат численного интегрирования с высокой точностью совпал с аналитическим значение интеграла, что означает корректность метода.

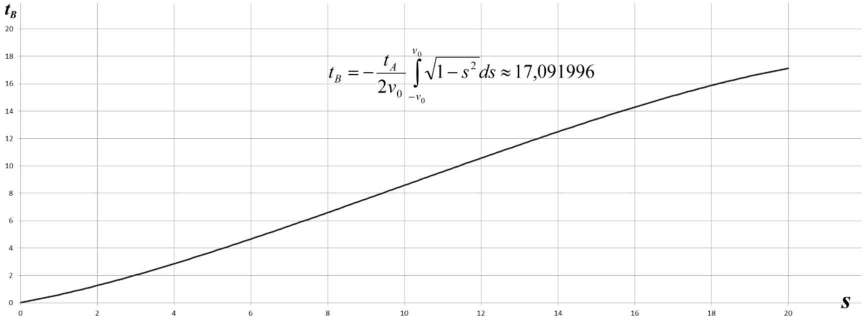


Рис.11.4 Численное интегрирование уравнения (11.1)

t_B	Дискретность	точность результата
17,171356	125	0,46%
17,131836	250	0,23%
17,111956	500	0,12%
17,101986	1 000	0,06%
17,096933	2 000	0,03%
17,094495	4 000	0,02%
17,093246	8 000	0,01%

11.4 Фрагмент кода VBA в приложении Excel 2010

```
Sub calculate_tB()
    'Пример табличного вычисления интеграла, имеющего аналитическую форму
    int_xtB = 0
    int_ytB = 0
    integ_tB = 0
    d_step = speed * 2 / step_b
    step_time_A = time_A / step_b

    chet = 1
    For s = 0 To step_b
```

```
        'значение координаты X
        int_xtBs = Round(s * step_time_A, digits)
        'значение координаты Y
        int_ytBs = -speed + s * d_step
        int_ytBs = 1 - int_ytBs ^ 2
        int_ytBs = Sqr(int_ytBs)
        int_ytBs = int_ytBs * d_step
        int_ytBs = int_ytBs * time_A / 2 / speed
        integ_tB = integ_tB + int_ytBs
      'Для графика используем только половину значений
      If chet > 0 Then
          int_xtB = int_xtB & ";" & int_xtBs * 1
          int_ytB = int_ytB & ";" & Round(integ_tB, digits)
      End If
        chet = -chet
          'аварийный останов – нажатие любой клавиши
          aaa = DoEvents
          Sheets(Str1).Range("mods") = s
          Sheets(Str1).Range("integral_t") = integ_tB
    Next
    dash = msoLineSolid 'график штриховой линией
    Call graph(int_xtB, int_ytB, colorD, 2)  'x, y, цвет линии, тол-
щина линии
End Sub
```

Исходные данные:

Шаг интегрирования: step_b = 2000

Скорость движения: speed = √3/2 ≈ 0,866 (св.лет/год)

Верхний предел интегрирования: time_A = 20 (лет)

Аналитическое значение t_B = time_B ≈ 17,091996 (лет)

Итоги вычислений:

Интегральное значение t_B= integ_tB ≈ 17,096933 (лет)

Погрешность: 100*(time_B – integ_tB)/integ_tB ≈ 0,029%

Литература

1. Benguigui L., A tale of two twins, https://arxiv.org/abs/1212.4414
2. Eisenlohr H., Another Note on the Twin Paradox, Amer. J. Phys., 36, 635 (1968).
3. Grøn Ø., Lecture Notes on the General Theory of Relativity, p.90. Springer (2009).
4. Grøn Ø., The twin paradox and the principle of relativity, https://arxiv.org/abs/1002.4154
5. Leffert C.B. and Donahue T.M., Clock Paradox and the Physics of Discontinuous Gravitational Fields. Amer. J. Phys., 26, 514 (1958).
6. Lichtenegger H., Iorio L., The twin paradox and Mach's principle, arXiv:0910.1929v2, 2011
7. Maccarrone G.D., Recami E., Two-Body Interactions through Tachyon Exchange. \\Nuovo Cimento A, 57, 85 (1980)
8. Marder L., Time and the space-traveller, \\ L.Marder, Senior Lecturer in Applied Mathematics, University of Southampton University of Pennsylvania Press, Philadelphia. George Allen & Unwin Ltd., 1971.
9. Moller C., The Theory of Relativity. Oxford, 1952, p. 258, §98.
10. Morozov V.B., Do body shapes depend on acceleration or not? ArXiv 1305.5412v4
11. Recami E., The Tolman-Regge Antitelephone Paradox: Its Solution by Tachyon Mechanics. *Electronic Journal of Theoretical Physics* (EJTP) 6, No. 21 (2009)
12. Tolman R.C., The Theory of the Relativity of Motion (Berkeley, Cal., 1917)
13. Unnikrishnan C. S., On Einstein's resolution of the twin clock paradox. CURRENT SCIENCE, VOL. 89, NO. 12, 2005
14. Wittman D.M., The Elements of Relativity. Oxford University Press (2018)
15. Барашенков В.С., "Антимир скоростей. Тахионы", Журнал "Химия и жизнь", 1975, № 3, стр. 11-16.

16. Барашенков В.С., "Тахионы. Частицы, движущиеся со скоростями больше скорости света", УФН, 114 (1) 133 (1974)
17. Бойер Парадокс часов в ОТО. "Эйнштейновский сборник 1968", с.239-246.
18. Борн М. Эйнштейновская теория относительности, перевод с английского Н.В. Мицкевича. – 2-е изд., испр. – М.: МИР, 1972
19. Бузмаков И.В., Новый взгляд на парадокс близнецов, // Современные научные исследования и инновации. 2014. № 6. Ч.1 [Электронный ресурс]. URL: http://web.snauka.ru/issues/2014/06/36247 https://astronomy.ru/forum/index.php/topic,124097.280.html – обсуждение на форуме
20. Дирак П. А. М. Лекции по теоретической физике. — Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001, 240 с.
21. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д., Релятивистская астрофизика, ч.1. **УФН**, т.LXXXIV, вып.3, 1964, с.377-417
22. Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М., Теоретическая физика в десяти томах, т.II Теория поля. – М., «Наука», 1988
23. Мамаев А.В., "Мамаев против Альберта Эйнштейна", заметка на форуме, URL: http://www.sciteclibrary.ru/cgi-bin/yabb2/YaBB.pl?num=1018763240/200#222
24. Мардер Л., "Парадокс часов", Пер. с англ. А.А.Бейлинсона, с предисловием Н.В.Мицкевича, Изд. "МИР", Москва, 1974.
25. Маринов С. "Экспериментальные нарушения принципов относительности, эквивалентности и сохранения энергии", ФМР, 1995, №1, с.52-77, URL: http://www.macmep.ru/marinov.htm
26. Мёллер К., Парадокс часов. "Эйнштейновский сборник 1968", с.230-238.
27. Мёллер К., Теория относительности, Изд. 2-е. Пер. с англ. Под ред. проф. Д. Иваненко. М.: Атомиздат, 1975, 400 с.
28. Морозов В.Б., Исходные принципы общей теории относительности. Новые уравнения, новые решения, 2017, DOI:

10.13140/RG.2.2.11122.50888/1, URL: https://www.researchgate.net/publication/313770160
29. Окунь Л Б, Селиванов К Г, Телегди В "Гравитация, фотоны, часы" *УФН* **169** 1141–1147 (1999)
30. Рашевский П.К., Риманова геометрия и тензорный анализ. Изд.3. – М., «Наука», 1967. – 664 с., ил.
31. Розман Г.А. Теория относительности. – Псков: ПГПУ, 2005. – 256 с. ISBN 5-87854-343-5.
32. Скобельцын Д.В., "Парадокс близнецов в теории относительности", АН СССР, М.- "Наука", 1966
33. Фейнберг Дж., Частицы, движущиеся быстрее света. В сборнике "Над чем думают физики", вып. 9. Элементарные частицы. Под ред. Суханова А.В., пер. с англ. В.П. Павлов, А.А. Славнов. – М.: Наука, 1973, с.90-104.
34. Фейнман Р.Ф., Мориниго Ф.Б., Вагнер У.Г., Фейнмановские лекции по гравитации. Перев. с англ. А.Ф.Захарова. – М.: "Янус-К", 2000. – 296 с.
35. Фок В.А., Теория пространства, времени и тяготения. Изд. 2-е., доп. – М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1961 г.
36. Штырков Е.И., Измерение параметров движения Земли и Солнечной системы // Вест. КРАУНЦ, Серия науки и Земле. 2005. №2 Вып. №6. С.135.
37. Эйнштейн А. "К электродинамике движущихся тел", Собрание научных трудов в четырех томах. Том 1. Статьи, рецензии, письма. Эволюция физики. М.: Наука, 1965.
38. Эйнштейн А., О принципе относительности и его следствиях. Сборник научных трудов, т.1, М.: Наука, 1965, с.65-114
39. Эйнштейн А., О специальной и общей теории относительности (Общедоступное изложение). В сборнике "Теория относительности". — Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика". – 2000, 224 с.
40. Эйнштейновский сборник. 1967. – М.: Наука, 1967
41. Эйнштейновский сборник. 1973. – М.: Наука, 1974
42. Эфирный ветер — сборник статей под ред. В.А.Ацюковского, URL:

http://www.studfiles.ru/download.php?id=1667545&code=f6c93f7ccaa495b446e8cbb65dba2940

Статьи автора

43. Демонстрация 2-го постулата СТО, URL:
http://econf.rae.ru/article/9533
http://samlib.ru/p/putenihin_p_w/postulat2-sto.shtml
44. Динамические диаграммы Минковского на примере обмена световыми сигналами, 2014, URL:
http://econf.rae.ru/article/9643
http://samlib.ru/p/putenihin_p_w/ddm-light.shtml
45. Итак, парадокса (близнецов) больше нет!, 2014, URL:
http://samlib.ru/editors/p/putenihin_p_w/ddm4-oto.shtml
46. Нелокальная квантовая передача классической информации, https://elibrary.ru/item.asp?id=36746320
47. Преобразования Лоренца как иллюзия // Сборник статей XLI международной научной конференции "ТЕХНОКОНГРЕСС", ИД "Плутон", 8 апреля 2019, URL: https://t-nauka.ru/wp-content/uploads/k41.pdf с.45-51
48. Причина СТО - инвариантность скорости света, 2011, URL:
http://econf.rae.ru/article/6379
http://econf.rae.ru/pdf/2011/11/743.pdf
http://samlib.ru/editors/p/putenihin_p_w/prichina.shtml
49. Противоречие между квантовой механикой и СТО, 2010, URL:
http://econf.rae.ru/article/6360
http://samlib.ru/editors/p/putenihin_p_w/protiv.shtml
50. Противоречия принципа реинтерпретации, сборник статей XLI международной научной конференции "ТЕХНОКОНГРЕСС", ИД "Плутон", 8 апреля 2019, URL: https://t-nauka.ru/wp-content/uploads/k41.pdf с.6-22
51. Решение парадокса Эренфеста, журнал "Точная наука", ИД Плутон, вып.36, 2019, URL:
https://elibrary.ru/contents.asp?id=36825393 с.8-22

52. Сверхсветовой зайчик против тахиона, 2013, URL:
http://econf.rae.ru/article/7416
http://samlib.ru/editors/p/putenihin_p_w/bunny.shtml
53. СТО неприменима к сверхсветовым сигналам, 2014, URL:
http://econf.rae.ru/article/9157
http://samlib.ru/p/putenihin_p_w/sr65t.shtml
54. Трансцендентный тахион, сборник статей XXXVIII международной научной конференции "ТЕХНОКОНГРЕСС", ИД "Плутон", вып.38, 2019, URL:
http://t-nauka.ru/wp-content/uploads/k38.pdf с.26-44
https://elibrary.ru/item.asp?id=37608552 с.26-44
http://samlib.ru/editors/p/putenihin_p_w/itachyo.shtml
55. Три чуда СТО: парадокс спешащих часов // Научный электронный архив, URL: http://econf.rae.ru/article/9855
56. Парадокс близнецов – обзор решений, URL:
http://samlib.ru/p/putenihin_p_w/twin00.shtml
https://fabulae.ru/note.php?id=47574
https://www.proza.ru/2019/09/04/1392

Оглавление

Путенихин П.В.
Парадокс близнецов в специальной,
общей и тахионной теориях относительности

Вёрстка — автор
Корректор — автор.

ISBN 978-5-00140-369-2

Подписано в печать 08.11.2019
Формат 60x84/16 Гарнитура «Times New Roman».
Объем 13,37 п.л.
Бумага офсетная. Тираж 25 экз.
Заказ № 3553-19/08119

Отпечатано в соответствии с представленными
материалами в ООО «Амирит»,
410004, Россия, г.Саратов, ул.Чернышевского, д.88.
Тел.: 8-800-700-63-33 | (845-2) 24-86-33
E-mail: zakaz@amirit. Сайт: amirit.ru